Lehrbuch

der

Ingenieur- und Maschinen-Mechanik.

Mit den nöthigen Hülfslehren aus der Analysis

für den

Unterricht an technischen Lehranstalten

sowie zum

Gebrauche für Techniker

bearbeitet

von

Dr. phil. Julius Weisbach,

weil. Königl. sächsischer Ober-Bergrath und Professor an der sächsischen Bergakademie zu Freiberg.

Zweiter Theil:

Die Statik der Bauwerke und Mechanik der Umtriebsmaschinen.

Fünfte

umgearbeitete und vervollständigte Auflage

bearbeitet von

Gustav Herrmann,

Professor an der Königlichen technischen Hochschule zu Aachen.

Mit zahlreichen Holzstichen.

Zweite Abtheilung.

Braunschweig,

Druck und Verlag von Friedrich Vieweg und Sohn.

1883 – 1887.

Die

Statik der Bauwerke

und die

Mechanik der Umtriebsmaschinen.

Für den

Unterricht an technischen Lehranstalten

sowie zum

Gebrauche für Techniker.

Zweiter Theil

von

Dr. Julius Weisbach's

Ingenieur- und Maschinen-Mechanik

bearbeitet von

Gustav Herrmann,

Professor an der Königlichen technischen Hochschule zu Aachen.

Fünfte umgearbeitete und vervollständigte Auflage.

Zweite Abtheilung.

Die Mechanik der Umtriebsmaschinen.

Mit zahlreichen Holzstichen.

Braunschweig,

Druck und Verlag von Friedrich Vieweg und Sohn.

1883 – 1887.

Inhalt des zweiten Theiles.

Zweite Abtheilung.

Einleitung.

Erster Abschnitt.

Von den belebten Motoren.

Zweiter Abschnitt.

Die hydraulischen Motoren.

Erstes Capitel.

Von der Wasserkraft.

Zweites Capitel.

Von den verticalen Wasserrädern.

Drittes Capitel.

Die Turbinen.

Viertes Capitel.

Von den Wassersäulenmaschinen.

Dritter Abschnitt.

Von den Windrädern.

Vierter Abschnitt.

Die Dampfmaschinen.

Erstes Capitel.

Von der Wärme.

Zweites Capitel.

Die Dampfkessel.

Drittes Capitel.

Die Dampfmaschinen.

Fünfter Abschnitt.

Heißluft- und Gasmaschinen.

Einleitung.

Maschinen. Von verschiedenen Schriftstellern ist der allgemeine Begriff der Maschinen sehr verschieden definirt worden*), wobei bemerkt werden muß, daß die meisten der angegebenen Definitionen nur gewisse Eigenschaften und Zwecke der Maschinen angeben, ohne ganz allgemein das Wesen aller Maschinen zu treffen. Von dem Standpunkte der theoretischen Kinematik aus erklärt Reuleaux eine Maschine als die Verbindung widerstandsfähiger Körper, welche so eingerichtet ist, daß mittelst ihrer mechanische Naturkräfte genöthigt werden können, unter bestimmten Bewegungen zu wirken (s. a. Th. III, 1, §. 28). §. 1.

Der Zweck aller Maschinen besteht immer darin, bestimmte mechanische Arbeiten mit Hülfe von Naturkräften zu verrichten. Sie sind von den Bauwerken insofern verschieden, als diese den Zweck haben, zwischen den einwirkenden äußeren Kräften den Zustand des statischen Gleichgewichts herzustellen.

Instrumente oder Werkzeuge sind von den Maschinen hinsichtlich ihrer Wirkungsweise nicht wesentlich verschieden, meist pflegt man diesen Namen denjenigen Hülfsmitteln zu geben, welche zur Verrichtung kleinerer Arbeiten direct durch Menschenhand Anwendung finden. Kinematisch hat man das Werkzeug als ein Glied zu betrachten, welches mit dem zu bearbeitenden Körper oder dem Werkstücke zusammen ein kinematisches Elementenpaar bildet (s. Th. III. 1).

Bei jeder Maschine hat man daher die Kraft von der Last oder dem Widerstande zu unterscheiden, wobei unter der Kraft die Ursache der Bewegung und unter der Last das der Bewegung entgegen tretende Hinderniß zu verstehen ist, in dessen Ueberwindung der Zweck der Maschine besteht.

*) S. u. A. die Zusammenstellung in Reuleaux, Theoretische Kinematik. S. 592.

$$Q_1 = -\frac{Q_2 l}{l + l_1} + \sqrt{Q_0^2 - Q_2^2 \frac{l l_1}{(l + l_1)^2}}$$

oder annähernd, wenn Q_2 nicht groß ist gegen Q_0,

$$1) \quad Q_1 = Q_0 - \frac{l}{l + l_1} Q_2,$$

und

$$2) \quad Q = Q_1 + Q_2 = Q_0 + \frac{l_1}{l + l_1} Q_2.$$

Durch das Hinzutreten der Röhre OC geht die Drucklinie $DGHKL$ in DEL über und kommt die Drucklinie EF hinzu; jedenfalls ist dann der Piezometerstand in O, $OE > OQ < \overline{OG}$, sowie die Druckhöhendifferenz von AO kleiner als $h - h_2$, dagegen die Druckhöhendifferenz von OB größer als $h_1 + h_2$.

Es läßt sich daher auch setzen:

$$Q < \sqrt{\frac{(h - h_2)\, d^5}{\psi l}}$$

und

$$Q_1 > \sqrt{\frac{(h_1 + h_2)\, d^5}{\psi l_1}},$$

sowie

$$Q_2 = Q - Q_1 < \sqrt{\frac{(h - h_2)\, d^5}{\psi l}} - \sqrt{\frac{(h_1 + h_2)\, d^5}{\psi l_1}}$$

Nehmen wir nun vorläufig

$$Q_2 = \sqrt{\frac{(h - h_2)\, d^5}{\psi l}} - \sqrt{\frac{(h_1 + h_2)\, d^5}{\psi l_1}}$$

an, so können wir mittelst der obigen Formel 1) und 2) annähernd auch Q und Q_1 berechnen, woraus dann genauer $Q_2 = Q - Q_1$ folgt. Durch wiederholte Anwendung der gedachten Formeln kann man so Q, Q_1 und folglich auch Q_2 hinreichend genau bestimmen.

Wenn man bei B durch Stellung eines Hahnes oder anderen Regulators den Druck in der Röhre AMB vergrößert, so daß die Drucklinie in $DBSL$ übergeht, so steigt der Piezometerstand NR im Knotenpunkte N über den Wasserspiegel von C, und es fließt dann durch die Röhre NC ebenfalls Wasser aus A nach C. Um nach Bedürfniß mehr oder weniger Wasser nach B zu leiten, bedarf es daher nur einer größeren oder kleineren Eröffnung des Regulators bei B.

Zweites Capitel.

Von den verticalen Wasserrädern.

Wirkung des Wassers. Das Wasser wirkt als Motor oder setzt §. 53.
Maschinen in Bewegung entweder durch sein *Gewicht*, indem ihm Gelegenheit gegeben ist, *innerhalb der Maschine* von einer gewissen Höhe, dem *Gefälle* herunterzufallen und durch seine Schwere die betreffenden Maschinenorgane mitzunehmen, oder es wirkt durch seine *lebendige Kraft*, indem es, *außerhalb des Rades zum Fall gelangend*, hierdurch eine gewisse Geschwindigkeit und bezw. hydrauliche Pressung annimmt, vermöge deren es auf gewisse mit der Maschine verbundene Flächen wirkt. In letzterem Falle kann die Wirkung des bewegten Wassers gegen die zu bewegende Maschine ebensowohl eine *stoßweise*, wie eine *stetig drückende* sein, wie sich aus dem Folgenden ergeben wird.

Ist Q das Wasserquantum (also $Q\gamma$ das Gewicht desselben), welches pr. Secunde zur Wirkung kommt, und h das Gefälle oder die senkrechte Höhe, von welcher dasselbe bei der Wirkung durch sein Gewicht herabsinkt, so verrichtet das Rad die *mechanische Arbeit* oder *Leistung*

$$L = Q\gamma h = Qh\gamma.$$

Ist hingegen c die Geschwindigkeit, mit welcher es der Maschine zufließt, so hat man die *Leistung*, welche es durch seine lebendige Kraft verrichten kann:

$$L = Q\gamma \frac{c^2}{2g}.$$

Damit das Wasser aus der Ruhe in die Geschwindigkeit c versetzt werde, erfordert es ein Gefälle oder eine Geschwindigkeitshöhe $h = \frac{c^2}{2g}$; und man kann daher auch im zweiten Falle:

$$L = Qh\gamma \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

setzen. Es ist also stets *das Arbeitsvermögen des Wassers, wie das eines starren Körpers, ein Product aus seinem Gewicht und aus der Höhe, von welcher es herabsinkt.*

Zuweilen wirkt das Wasser durch sein Gewicht und durch seine lebendige Kraft zugleich, indem es während seiner Wirkung von der Höhe h herabsinkt und seine Geschwindigkeit c zusetzt. Dann ist natürlich auch die mechanische Arbeit desselben:

$$L = Q\gamma h + Q\gamma \frac{c^2}{2g} = \left(h + \frac{c^2}{2g}\right) Q\gamma \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Diese Formel (2) behält auch ihre Gültigkeit für den Fall, daß h die durch eine Wassersäule gemessene hydraulische Pressungshöhe bedeutet, welche das Wasser gleichzeitig mit seiner Geschwindigkeit c während seiner Wirkung auf die Maschine zusetzt.

Die effective Leistung Pv einer hydraulischen Maschine ist allerdings stets kleiner als die eben angegebene disponible mechanische Arbeit $Qh\gamma$, weil noch manche Verluste vorkommen. Erstens kommt oft nicht alles Wasser zur Wirkung, zweitens geht in der Regel ein Theil von dem Gefälle verloren; drittens hält das Wasser, indem es die Maschine verläßt, noch eine gewisse lebendige Kraft zurück, und viertens treten noch andere Nebenhindernisse, wie Reibung u. s. w., hinzu. Es ist hiernach der Wirkungsgrad einer hydraulischen Umtriebsmaschine:

$$\eta = \frac{Pv}{Qh\gamma}$$

zu setzen, und nun die Güte oder Zweckmäßigkeit einer solchen Maschine um so größer, je mehr sich diese Verhältnißzahl der Einheit nähert.

Aus der allgemeinen Formel $L = Qh\gamma$ ist übrigens zu ersehen, daß Gefälle und Wasserquantum gleichen Antheil an der Leistung einer Maschine haben, daß z. B. das doppelte Gefälle ebenso gut die Leistung verdoppelt als das zweifache Wasserquantum, auch daß von zwei Maschinen einerlei Wirkung zu erwarten ist, wovon die eine dreimal so viel Aufschlagewasser hat als die andere, welche wieder dreimal so viel Gefälle benutzt als diese.

Beispiel. Einer Maschine stehen 0,5 cbm Wasser pr. Secunde und 4 m Gefälle zu Gebote, sie benutzt aber von demselben nur 3 m, und das Wasser verläßt dieselbe mit 2 m Geschwindigkeit, endlich verliert dieselbe noch 150 mkg durch die Reibung. Man soll den Wirkungsgrad dieser Maschine angeben. Es ist die disponible Leistung

$$L_0 = 0{,}5 \,.\, 1000 \,.\, 4 = 2000 \text{ mkg},$$

ferner die Leistung, welche dem benutzten Gefälle entspricht,

$$L_1 = 0{,}5 \,.\, 1000 \,.\, 3 = 1500 \text{ mkg},$$

die durch die lebendige Kraft des fortfließenden Wassers verlorene Arbeit

$$L_2 = 0{,}5 \,.\, 1000 \,.\, 0{,}051 \,.\, 2^2 = 102 \text{ mkg},$$

die durch die Reibung consumirte Arbeit war aber

$$L_3 = 150 \text{ mkg};$$

es ist daher die effective Leistung dieser Maschine:

$$Pv = L_1 - L_2 - L_3 = 1500 - 252 = 1248 \text{ mkg}$$

und der Wirkungsgrad derselben

$$\eta = \frac{Pv}{Lo} = \frac{1248}{2000} = 0{,}624.$$

Wasserräder. Die hydraulischen Umtriebsmaschinen sind entweder Radmaschinen (Wasserräder) oder Kolbenmaschinen (Wassersäulenmaschinen). Die Wasserräder sind durch Wasserkraft in Bewegung gesetzte Radwellen (s. Thl. I). Die Wassersäulenmaschinen bestehen im Wesentlichen in einer Wassersäule (mit Wasser angefüllten Röhre) und in einem Kolben, welcher durch den Druck der Wassersäule gegen seine Grundfläche in Bewegung gesetzt wird. §. 54.

Man unterscheidet verticale Wasserräder, d. h. solche mit horizontaler Axe, von den horizontalen Wasserrädern oder den Wasserrädern mit verticaler Axe.

Die verticalen Wasserräder, von denen hier zunächst die Rede ist, sind entweder oberschlächtige oder mittelschlächtige oder unterschlächtige Wasserräder. Bei den Rädern der ersteren Art trifft das Wasser die höheren Punkte des Rades, bei denen der zweiten Art fällt es in der Nähe des Radmittels ein, und bei den unterschlächtigen Rädern kommt das Wasser nahe am Fuße bei dem Rade an. Noch unterscheidet man rückenschlächtige Wasserräder, bei welchen das Wasser zwischen dem Scheitel und dem Mittel des Rades einfällt, und welche daher zwischen den ober- und mittelschlächtigen Rädern innestehen. Bei den oberschlächtigen Wasserrädern wirkt das Wasser vorzüglich durch sein Gewicht, bei den unterschlächtigen Rädern aber in der Regel durch seine, der Trägheit entsprechende lebendige Kraft, und bei den mittelschlächtigen Rädern wirkt es meist durch Gewicht und Trägheit zugleich. Die unterschlächtigen Wasserräder hängen entweder als sogenannte Schiffmühlenräder frei im unbegrenzten Wasser, oder sie sind von Gerinnen und zwar entweder von geraden, Schnurgerinnen, oder von kreisförmigen, Kropfgerinnen, eingeschlossen.

Uebrigens giebt es auch mittelschlächtige Räder im Kropfgerinne, und diese heißen dann gewöhnlich Kropfräder.

Endlich sind noch von den übrigen Wasserrädern die Ponceleträder zu unterscheiden, bei welchen das Wasser zwar auch wie bei den gewöhnlichen unterschlächtigen Rädern, durch seine lebendige Kraft, aber nicht stoßend, sondern vermöge eines stetigen Druckes wirkt, indem es an krummen Flächen auf- und hinabsteigt.

Zellenräder. Ein gewöhnliches verticales Wasserrad besteht aus einer hölzernen oder eisernen Welle mit zwei Zapfen, ferner aus zwei (seltener ein, drei oder mehreren) ringförmigen Kränzen, und aus mehr oder §. 55.

weniger radiallaufenden Armen, welche die Kränze mit der Welle verbinden, ferner aus den Schaufeln zwischen den Kränzen und endlich, nach Befinden noch, aus einem Boden, der sich an die inneren Kranzumfänge cylindrisch anschließt. Die Schaufeln theilen den von den Kränzen und dem Boden gebildeten ringförmigen Raum in Abtheilungen, und wenn die Schaufeln mehr tangential als radial gestellt sind, so bilden diese Abtheilungen wasserhaltende Tröge oder sogenannte Zellen. Hiernach hat man auch in Hinsicht auf Construction zweierlei Wasserräder, nämlich Schaufelräder mit mehr radial gestellten Schaufeln, und Zellenräder mit trogförmigen Zellen. Die letzteren kommen in allen den Fällen vor, wenn das Wasser durch sein Gewicht wirkt, also bei den ober-, rücken-, und nach Befinden, mittelschlächtigen Wasserrädern.

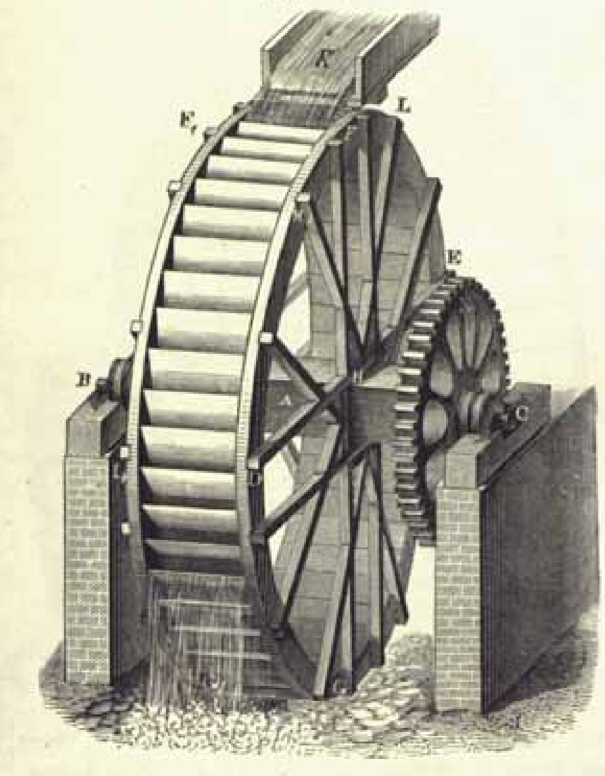
Zunächst ist die Rede von den oberschlächtigen Wasserrädern. Das Wasser wird dem Rade durch ein Gerinne zugeführt, und sein Ausfluß durch eine Schütze am Ende des letzteren regulirt; es fällt hier in der Nähe des Radscheitels, nämlich in der ersten, zweiten oder dritten Zelle, vom Scheitel ausgegangen, ein. Ist nun das Rad einmal in Umdrehung gesetzt, so füllen sich alle unter der Schützenmündung vorbeigehende Zellen zum Theil mit Wasser, welches erst in der Nähe des Radfußes wieder aus den Zellen heraustritt, so daß immer auf der einen Seite des Rades eine gewisse Anzahl von Zellen mit Wasser gefüllt ist, das nun durch sein Gewicht die stete Umdrehung des Rades im Kreise unterhält. Die oberschlächtigen Räder kommen bei 3 bis 15 m Gefälle und 0,1 bis 1 cbm Aufschlagewasser pr. Secunde vor. Dem kleinsten Gefälle und kleinsten Wasserquantum entspricht die kleinste Leistung von 4 Pferdekräften, dem größten Gefälle und größten Aufschlage aber die größte Leistung von gegen 200 Pferdekräften; im letzteren Falle ist es jedoch zweckmäßiger, zwei Räder anzuwenden, weil Wasserräder über 80 Pferdekraft zu schwerfällig ausfallen.

Das Gefälle eines Wasserrades ist vom Wasserspiegel im Aufschlaggerinne, oder vor der Schütze, bis zur Oberfläche des Unterwassers zu nehmen, dessen Höhe von dem Wasserquantum, der Breite und dem Gefälle des Abzugsgrabens abhängt. Um an Wirkung so wenig wie möglich zu verlieren, soll das Radtiefste unmittelbar über dem Unterwasserspiegel stehen, weshalb denn auch das Gefälle von der Oberfläche des Oberwassers bis zum Radtiefsten gemessen wird. Nur dann, wenn der Rückstau und das Waten des Rades zu befürchten ist, hängt man das Rad etwas höher, so daß sein Tiefstes noch 0,2 bis 0,3 m von dem Unterwasser absteht oder, wie man sagt, freihängt.

§. 56. **Radconstructionen.** Man baut die Wasserräder aus Holz, oder aus Eisen, oder theils aus Holz, theils aus Eisen. Die Art und Weise, wie die

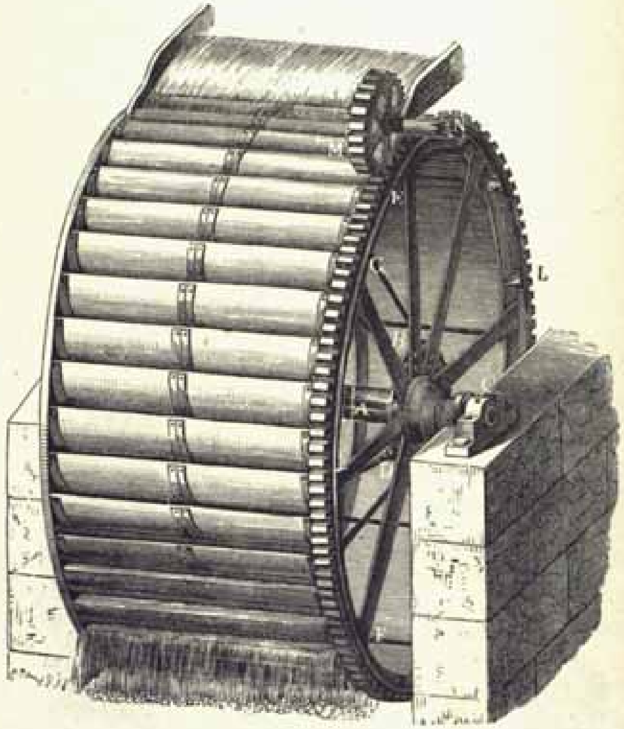
Radarme mit der Welle verbunden sind, ist sehr verschieden. Bei den ganz hölzernen Rädern hat man gewöhnlich sogenannte Armgeviere, welche die zu diesem Zwecke vierkantig gearbeitete Welle umfassen; seltener sind die Arme durch die zu diesem Zwecke durchlochte Welle hindurchgesteckt. Die erste Art von Rädern nennt man Sattelräder, die zweite Art Sternräder. Letztere Construction kommt nur bei leichten oder schwachen Rädern vor. Bei

Fig. 169.



hohen Rädern reichen die Armgeviere nicht aus, es müssen daher noch andere Arme, sogenannte Helfarme, zwischen die die Armgeviere bildenden Arme, oder sogenannten Hauptarme, eingesetzt werden. Die letztere Construction kommt bei dem in Fig. 169 abgebildeten Rade vor. Man baut beim sächsischen Bergbau solche Räder zum Umtriebe der Pochwerke, Kunstgezeuge u. s. w. von 6 bis 16 m Höhe. In dieser Zeichnung ist A die Welle, B und C sind deren Zapfen, DE, FG u. s. w. die Hauptarme, HM, HL u. s. w. aber die Helfarme, welche bei H in die sogenannten Viertelstöcke eingesetzt sind. Ferner sind DFG und $D_1 F_1 G_1$ die Radkränze, und K ist das Aufschlaggerinne. Die Kränze sind aus zwei Holzringen zusammengesetzt, die aus 8 bis 16 einzelnen, 80 bis 120 mm dicken bogenförmig gearbeiteten Pfostenstücken, den sogenannten **Felgen**, bestehen. Die Arme sind unter sich und mit den Kränzen durch Schrauben verbunden. Zur festen Verbindung der Kränze mit einander dienen die **Hängenägel** oder lange Schraubenbolzen, welche durch beide Kränze und durch je zwei Rad-

Fig. 170.



arme zugleich hindurchgehen. Um die Schaufeln einsetzen zu können, sind in die Innenflächen der Kränze sogenannte **Larven** eingeschnitten. Das Zahnrad N dient zur Transmission der Bewegung.

In Fig. 170 ist ein eisernes Rad neuerer Construction abgebildet. Hier sind die Radarme BE, DF ... durch Schrauben mit Scheiben oder **Rosetten**, wie BD, fest verbunden, welche auf der Welle AC aufsitzen. Diese Räder werden in der Regel sehr weit gemacht, und erhalten deshalb außer den beiden Seitenkränzen noch einen dritten, mitten zwischen jenen. Dieser dritte Kranz ist nun noch durch Diagonalarme, wie BG u. s. w., gestützt. Zur Befestigung des Ganzen sind außerdem Ankerstangen durch je zwei Hauptarme hindurchgezogen. Mit einem der äußeren Kränze ist das Zahnrad ELF

verbunden, das in ein anderes Zahnrad M eingreift und dadurch eine Welle MN in Umdrehung setzt. Die Schaufeln bestehen hier aus Eisenblech, und werden mittelst Schrauben auf Rippen befestigt, die an den inneren Seiten der Radkränze angegossen sind.

Es muß bemerkt werden, daß es für die Construction der Arme nicht gleichgültig ist, ob das die Betriebskraft weiter fortpflanzende Zahnrad, wie N in Fig. 169, auf der Welle befestigt, oder wie in Fig. 170 direkt mit einem der Radkränze verbunden ist. In dem ersteren Falle wird das zwischen dem Zahnrade und den Armgevieren befindliche Wellenstück durch das Umdrehungsmoment auf Torsion beansprucht, und die Radarme müssen **steif** genug sein, um den auf sie wirkenden biegenden Kräften zu widerstehen. Bei der Anordnung der Fig. 170 jedoch muß man annehmen, daß die auf die Zellen wirkende Wasserkraft direkt und ohne Vermittelung der Arme und Welle auf den Zahnkranz übergeht. Die Axe wird hierbei gar nicht auf Torsion, sondern nur durch das Gewicht des Rades und des darin enthaltenen Wassers beansprucht, und statt der steifen, gußeisernen oder hölzernen Arme pflegt man oft einfache cylindrische **schmiedeeiserne Stangen** anzuwenden, mittelst deren das ganze Gewicht des Radmantels an die Axe gehängt ist (Suspensionssystem).

Radabmessungen. Das erste Hauptelement eines Wasserrades ist die **Umfangsgeschwindigkeit** v oder **Umdrehungszahl** n desselben. Aus einem oder dem anderen dieser beiden Elemente läßt sich zunächst der **Radhalbmesser** bestimmen. Wir werden weiter unten sehen, daß wir oberschlächtigen Wasserrädern eine kleine Umfangsgeschwindigkeit geben müssen. Bei hohen Rädern steigt dieselbe bis auf 3 m, Räder von mittlerer Höhe haben nur 1,5 m Geschwindigkeit und bei den niedrigsten Rädern läßt man diese Geschwindigkeit bis auf 0,75 m herabgehen. Die Geschwindigkeit c des eintretenden Wassers hängt von der Radgeschwindigkeit v ab, und ist in einem bestimmten Verhältnisse größer als diese. Zur Erzeugung der Geschwindigkeit c ist ein Gefälle nöthig, wie in Fig. 171, $AB = h_1 = \frac{c^2}{2g}$, welches vom §. 57.

Fig. 171.

Totalgefälle $AF = h$ nur noch das eigentliche Radgefälle

$$BF = h_2 = h - h_1 = h - \frac{c^2}{2g}$$

übrig läßt. Da selbst bei dem vollkommensten Ausflusse noch 5 Procent an lebendiger Kraft verloren gehen (s. Thl. I), so möchte es rathsam sein, diesen Verlust hier zu 10 Procent anzunehmen, und daher das effective Gefälle für den Eintritt,

$$h_1 = 1{,}1\,\frac{c^2}{2g} \tag{1}$$

also

$$h_2 = h - 1{,}1\,\frac{c^2}{2g} \tag{2}$$

zu setzen. Aus dem Radgefälle h_2 ergiebt sich nun noch die Radhöhe oder der Radhalbmesser $CF = CS = a$, indem man den Winkel $SCD = \theta$, um welchen die Eintrittsstelle D vom Radscheitel S abweicht, als gegeben ansehen kann. Es ist nämlich:

$$h_2 = CF + CB = a + a\cos\theta = (1 + \cos\theta)\,a \tag{3}$$

daher umgekehrt, der Radhalbmesser:

$$a = \frac{h - h_1}{1 + \cos\theta} \tag{4}$$

Aus dem Radhalbmesser a und der Umfangsgeschwindigkeit v ergiebt sich die Anzahl n der Umdrehungen des Rades pr. Minute:

$$n = \frac{30\,v}{\pi a} \tag{5}$$

In der Regel giebt man die Umdrehungszahl n und hat hieraus a und v zu berechnen. Setzt man hiernach

$$v = \frac{\pi n a}{30} \text{ und } c = \varkappa\,\frac{\pi n a}{30},$$

wo $\varkappa$ ein gegebenes Verhältniß, der sogenannte Geschwindigkeitscoefficient $\frac{c}{v}$ ist, so erhält man:

$$(1 + \cos\theta)\,a = h - \frac{1{,}1}{2g}\left(\frac{\varkappa\pi n a}{30}\right)^2 \tag{6}$$

und hieraus, wenn man $g = 9{,}81$ und $\pi = 3{,}1416$ einführt,

$$a = \frac{h - 0{,}000614\,(\varkappa n a)^2}{1 + \cos\theta} \tag{7}$$

Die Auflösung dieser quadratischen Gleichung giebt den Radhalbmesser:

$$a = \frac{\sqrt{0{,}002456\,\varkappa^2 n^2 h + (1 + \cos\theta)^2} - (1 + \cos\theta)}{0{,}001228\,\varkappa^2 n^2} \tag{8}$$

oder annähernd, wenn man in (7) in der Klammer $\frac{h}{2}$ für a einsetzt:

$$a = h\,\frac{1 - 0{,}000154\,\varkappa^2 n^2 h}{1 + \cos\theta} \text{ Meter} \tag{9}$$

Hiernach folgt dann die Umfangsgeschwindigkeit des Rades:

$$v = \frac{\pi n a}{30} = 0{,}1047\,na \tag{10}$$

Beispiele. 1. Für ein Gefälle von 10 m ist ein Rad zu construiren, welches 2,5 m Umfangsgeschwindigkeit hat, und das doppelt so schnell eintretende Wasser 12 Grad unter dem Scheitel aufnimmt, wie groß ist der erforderliche Radhalbmesser und die Umdrehungszahl? Es ist:

$$c = 2\,.\,2{,}5 = 5 \text{ m},$$

daher:

$$h_1 = 1{,}1\,.\,0{,}051\,.\,25 = 1{,}403 \text{ m}$$

und

$$a = \frac{10 - 1{,}403}{1 + \cos 12^0} = \frac{8{,}597}{1{,}978} = 4{,}346 \text{ m},$$

endlich:

$$n = \frac{30\,.\,2{,}5}{\pi\,.\,4{,}346} = 5{,}49 = rot\ 5^1/_2 \text{ Umdrehungen.}$$

2. Ist die Umdrehungszahl $n = 5$ gegeben, so folgt bei dem nämlichen Gefälle und dem gegebenen Verhältnisse $\varkappa = 2$, der Radhalbmesser nach (8):

$$a = \frac{\sqrt{0{,}002456\,.\,4\,.\,25\,.\,10 + 1{,}978^2} - 1{,}978}{0{,}001228\,.\,4\,.\,25} = 4{,}446 \text{ m};$$

ferner die Umfangsgeschwindigkeit:

$$v = 0{,}1047\,.\,5\,.\,4{,}446 = 2{,}327 \text{ m},$$

die Eintrittsgeschwindigkeit:

$$c = 4{,}654 \text{ m},$$

und endlich das Gefälle zur Erzeugung der letzteren Geschwindigkeit:

$$h_1 = 1{,}1\,.\,0{,}051\,.\,4{,}654^2 = 1{,}215 \text{ m}.$$

Wichtige Radverhältnisse sind ferner noch die Kranzbreite und die Radweite. Die Kranzbreite (Radtiefe) oberschlächtiger Wasserräder macht man gewöhnlich 0,25 bis 0,30 m, selten 0,35 bis 0,40 m, und zwar deshalb, weil das Wasser bei einem Rade mit schmalem Kranze an einem größeren Hebelarme wirkt, als bei einem gleich hohen Rade mit breitem Kranze. Was dagegen die Radweite oder Radbreite anlangt, so hängt diese von dem dem Rade zu gebenden Fassungsraume ab. Ist d die Kranzbreite oder Radtiefe und e die Radweite, so hat man den Querschnitt des vom Boden und von den Radkränzen gebildeten ringförmigen Fassungsraumes gleich de; und ist noch v_1 die Radgeschwindigkeit im Mittel der Kranzbreite, so hat man den in der Secunde dem eintretenden Wasser dargebotenen Fassungsraum gleich dev_1. Dieser Raum muß jedoch größer sein als das Aufschlagquantum Q pr. Secunde, weil der Fassungsraum einer Radzelle durch die Dicke der Schaufeln vermindert wird, und es auch wegen des zu zeitigen Ausfließens nicht zweckmäßig ist, die Zellen ganz mit Wasser anzufüllen; es ist daher $\varepsilon d e v_1 = Q$, und $\varepsilon < 1$ zu setzen. In der Regel nimmt man diesen Coefficienten, den man auch den **Füllungscoefficienten** nennt, $\varepsilon = \frac{1}{4}$ bis $\frac{1}{3}$ an. Jedenfalls bestimmt sich nun die gesuchte Radweite durch die Formel

$$e = \frac{Q}{\varepsilon d v_1},$$

oder, wenn man annähernd

$$v_1 = v = \frac{\pi a n}{30}$$

einführt,

$$e = \frac{30\,Q}{\varepsilon \pi n a d} = 9{,}55\,\frac{Q}{\varepsilon n a d},$$

oder für ε den mittleren Werth $\frac{1}{4}$ angenommen,

$$e = 38{,}2\,\frac{Q}{n a d}.$$

Damit sehr hohe Räder nicht zu schmal ausfallen, nimmt man für sie ε wohl gar $\frac{1}{5}$.

Die **Schaufelzahl** z ist ein weiteres wichtiges Radelement. Es ist leicht einzusehen, daß eine kleinere Wassermenge in einer Radzelle länger beharrt als ein größeres Wasserquantum, und da nun dieses letztere unter übrigens gleichen Umständen und Verhältnissen um so kleiner ausfällt, je größer die Anzahl der Schaufeln des Rades ist, so folgt, daß im Allgemeinen eine große Schaufelzahl auf eine größere Ausnutzung der Wasserkraft führt, und daher eine größere Leistung des Wasserrades verspricht als eine kleine Schaufelzahl. Jedoch hat diese Zahl auch ihre Grenzen, und zwar nicht allein deshalb, weil die Schaufeln in Folge ihrer Dicke einen gewissen Theil vom Fassungsraum des Rades in Anspruch nehmen, wonach man also Rädern mit dünneren eisernen Schaufeln eine größere Schaufelzahl geben dürfte, als Rädern mit dickeren Holzschaufeln, sondern auch deshalb, weil es zwecklos und nachtheilig ist, die Schaufeln so nahe an einander zu rücken, daß die eine Zelle in den Fassungsraum der anderen tritt, welche daher nicht soviel Wasser zu fassen vermag, als wenn diese Schaufeln mehr von einander abstehen. Einen wesentlichen Einfluß auf die Anzahl der Schaufeln eines Rades hat auch noch die Gestalt der Schaufeln, sowie die Art und Weise der Einführung des Wassers in das Rad, da dem Wasserstrahl zum Eintritte in das Rad ein hinreichender Querschnitt dargeboten werden muß.

Hat man den Abstand zwischen je zwei Schaufeln festgesetzt, so ist die Anzahl z der Schaufeln dem Radumfange oder Halbmesser a proportional wachsend anzunehmen, und zwar im Mittel bei der gewöhnlichen Radtiefe von 0,25 bis 0,30 m, $z = 16\,a$ bis $20\,a$ zu setzen, wenn a in Metern ausgedrückt wird.

Räder von größerer Radtiefe erhalten eine kleinere Schaufelzahl als solche von kleinerer Tiefe.

Aus der Schaufelzahl z folgt der sogenannte **Theilwinkel**, d. i. der Winkel zwischen zwei benachbarten Schaufeln:

$$\varphi = \frac{360^\circ}{z}.$$

Beispiel. Wenn ein oberschlächtiges Wasserrad bei 4 m Halbmesser, 0,30 m Kranzbreite und 0,25 cbm Aufschlag pr. Secunde fünf Umdrehungen pr. Minute machen soll, so hat man ihm die Weite

$$e = 38{,}2\,\frac{0{,}25}{5 \cdot 4 \cdot 0{,}3} = 1{,}592 \text{ rot } 1{,}6 \text{ m}$$

zu geben; und es ist die Schaufelzahl $z = 18\,a = 72$ in Anwendung zu bringen, endlich ist der Theilungswinkel $\varphi = {}^{360}/_{72} = 5^\circ$ zu machen.

Schaufelungsmethoden. Von großem Einflusse auf die Wirkung eines Wasserrades sind die sogenannten **Schaufelungsmethoden** oder §. 58.

Fig. 172.

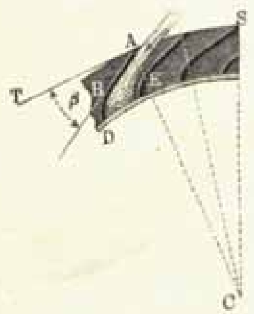
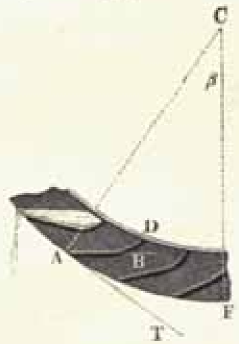


Fig. 173.



die Formen der durch den Boden und durch die Schaufeln des Rades gebildeten **Radzellen**. Die Schaufeln müssen so geformt und so gestellt sein, daß sie das **Aufschlagewasser** nicht allein ungehindert in die Radzellen eintreten lassen, sondern auch darin soviel wie möglich bis zum tiefsten Punkte des Rades zurückhalten. Viele von den verschiedenen Schaufelungsmethoden entsprechen diesen Forderungen nur sehr unvollkommen. Bei gleicher Schaufelzahl, gleicher Wassermenge u. s. w. hängt jedenfalls der Ein- und Austritt des Wassers von der Lage des äußeren Schaufelendes AB, Fig. 172, ab. Dasselbe schließt mit dem äußeren Radumfange einen gewissen Winkel $BAT = \beta$ ein, welchen wir in der Folge den **Eintrittswinkel** des Wassers nennen wollen. Dieser Winkel ergänzt den Winkel BAC, welchen das Schaufelende mit dem Radhalbmesser CA einschließt und welcher gewöhnlich der **Dockungs-** oder **Deckungswinkel** genannt wird, zu einem Rechten. Das Schaufelende AB bildet die äußere Seitenwand einer Zelle, deren veränderlicher Fassungsraum daher auch von der Lage und Ausdehnung dieses Begrenzungselementes abhängt. Wenn beim Niedergehen der Zelle das Schaufelende in eine horizontale Lage AB, Fig. 173, gelangt, so verliert es die Eigenschaft einer Seitenwand vollständig und es fällt der Fassungsraum der Zelle Null aus. In diesem Augenblicke steht das Schaufelende noch um den Winkel $ACF = BAT = \beta$ von dem Radtiefsten F ab; damit folglich das Wasser so lange wie möglich in der niedergehenden Zelle zurückgehalten werde, ist dieser Winkel so klein wie möglich zu machen. Da nun aber zur Einführung des Wassers in das Rad ein gewisser Zellenquerschnitt AE, Fig. 172, nothwendig ist, welcher von der Größe des Eintrittswinkels abhängt und mit demselben gleichzeitig Null wird, so ist zur Erzielung einer vortheilhaften Leistung des Wasserrades erforderlich, daß der *Eintrittswinkel des Wassers zwar klein sei, jedoch unter eine gewisse und noch zu bestimmende Grenze nicht herabkomme.*

Fig. 174.

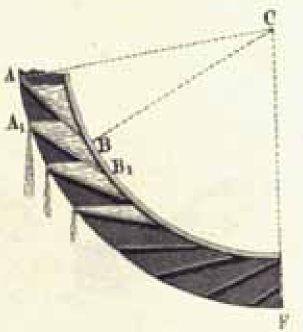


Fig. 175.

Außerdem hängt der Fassungsraum einer Radzelle auch noch von der Form und Ausdehnung der Schaufeln ab, und es ist leicht zu ermessen, daß derselbe um so größer ausfällt, je breiter die Schaufeln sind und je mehr dieselben im Mittel vom inneren Radumfange oder von dem als innere Seitenwand der Zellen dienenden Radboden abstehen. Wenn es nun auch zum längeren Zurückhalten des Wassers in den Zellen erforderlich ist, den Fassungsraum der letzteren so viel wie möglich zu vergrößern, so ist doch auch hierin die Grenze nicht zu überschreiten, wobei entweder die Fassungsräume der benachbarten Zellen in einander eindringen oder die Zellen Dimensionen annehmen, welche dem Ein- und rechtzeitigen Austritt des Wassers hinderlich sind. Aus diesem Grunde sind auch die einfachen ebenen Schaufeln, wie AB, Fig. 174, entweder gar nicht anwendbar oder wenig-

stens ganz unzweckmäßig, und man ersetzt dieselben durch zusammengesetzte oder krumme Schaufeln, welche sich zwar an den äußeren Radumfang unter dem gegebenen Eintrittswinkel β anschließen, dagegen aber auf dem inneren Radumfang oder Radboden ganz oder nahe rechtwinkelig stehen.

Die hölzernen Schaufeln läßt man gewöhnlich aus zwei Theilen AB und BD, Fig. 175 (a. v. S.), bestehen, welche natürlich unter einem stumpfen Winkel aneinander stoßen. Der äußere Theil der Schaufel heißt die *Stoß-* oder *Setzschaufel*, und der innere die *Riegel-* oder *Kropfschaufel*; die erstere trifft den äußeren Radumfang unter dem Eintrittswinkel β und die letztere wird radial, zuweilen auch, jedoch weniger gut, rechtwinkelig gegen die erstere gelegt. Man nennt den Kreis, welcher durch die Punkte bestimmt ist, worin diese Schaufeln zusammenstoßen, den *Theilkreis* des Wasserrades, weil auf ihm die Eintheilung des Rades in Zellen vorgenommen wird. Diesen Kreis legt man bei einem kleineren Eintrittswinkel ins Mittel, wie Fig. 175, und bei einem größeren Eintrittswinkel ins Drittel der

Fig. 176.

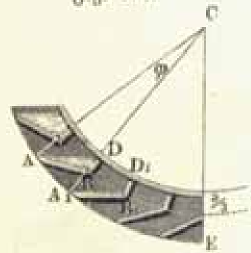
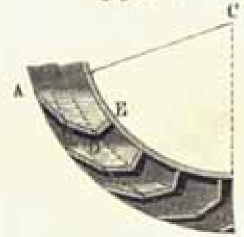


Fig. 177.



Kranzbreite, wie Fig. 176, so daß er im ersteren Falle von beiden Radumfängen gleich und im zweiten vom äußeren Radumfange doppelt so viel absteht als vom inneren.

Eine gewöhnliche und sehr *einfache Schaufelconstruction* besteht darin, daß man die Stoßschaufel AB, Fig. 176, von den Schenkeln CA und CB des Theilwinkels $ACB = \varphi$ einschließen und folglich in einem und demselben Radius CD eine Stoßschaufel $A_1 B_1$ anfangen und eine andere Stoßschaufel AB auslaufen läßt. Zuweilen macht man jedoch auch, um einen kleineren Eintrittswinkel zu erhalten, den Winkel $ACB = \psi$, Fig. 175, welcher eine Stoßschaufel zwischen seine Schenkel faßt, noch größer als den Theilwinkel ACA_1, z. B. gleich fünf Vierteln dieses Winkels.

Ist a der äußere Halbmesser CA, Fig. 175, und a_1 der Halbmesser CB des Theilkreises, so hat man für den dem Schaufelwinkel ψ entsprechenden Eintrittswinkel $EAB = ABN = \beta$

$$tang\,\beta = \frac{AN}{BN} = \frac{a - a_1 \cos\psi}{a_1 \sin\psi},$$

in welchem Ausdrucke φ statt ψ einzusetzen ist, wenn die gewöhnliche einfache Schaufelconstruction, Fig. 176, angewendet wird. Bezeichnet nun d die Kranzbreite DE, so hat man, je nachdem man den Theilkreis ins Mittel oder ins Drittel legt,

$$a_1 = a - \tfrac{1}{2} d \text{ oder } a_1 = a - \tfrac{2}{3} d$$

in die letzte Formel einzusetzen.

Die Stoß- und Riegelschaufeln aus Gußeisen oder Eisenblech gehen in einem Bogen allmälig in einander über und bestehen nur aus einem Stücke (Fig. 173). Da bei diesen eisernen Schaufeln die Verengung der Zelle durch die Ecke zwischen den beiden Schaufeln wegfällt, so gewähren dieselben eine bessere Einführung des Wassers als die zweitheiligen Holzschaufeln. Um auch den aus Holzschaufeln gebildeten Radzellen eine größere Weite zu verschaffen, kann man die Kante zwischen der Stoß- und Riegelschaufel abstumpfen und statt derselben ein drittes Schaufelstück BD, Fig. 177, einsetzen.

Fig. 178.

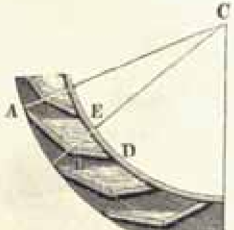
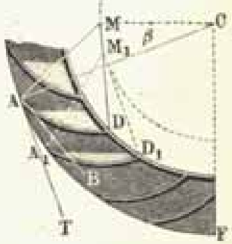


Fig. 179.



Noch kann man den Fassungsraum einer Zelle dadurch vergrößern, ohne die Zelle, zum Nachtheil der Einführung des Wassers in dieselbe, zu verengen, daß man die Riegelschaufel BD, Fig. 178, nicht rechtwinkelig gegen den Radboden, sondern so stellt, daß sie innerlich mit demselben einen spitzen Winkel BDE, z. B. einen solchen von 45 Grad einschließt. Um diesen schrägen Anschluß bei eisernen Schaufeln zu erhalten, kann man diese Schaufeln ganz oder zum Theil nach einem Kreisbogen krümmen, welcher unter einem spitzen Winkel von circa 45 Grad an den Radboden anstößt. Den Mittelpunkt M eines solchen Kreisbogens AD, Fig. 179, hat man in einer Linie AM anzunehmen, welche mit dem Radhalbmesser CA den Eintrittswinkel

$$CAM = BAT = \beta$$

einschließt. Die Mittelpunkte $M_1, M_2 \ldots$ der übrigen Schaufeln $A_1 D_1$, $A_2 D_2 \ldots$ liegen in einem mit CM aus C beschriebenen Kreise.

Beispiel. Macht man bei dem Rade im Beispiele des vorhergehenden Paragraphen, für welches der Halbmesser $a = 4$ m, die Radtiefe $d = 0{,}3$ m und der Theilwinkel $\varphi = 5^0$ angenommen wurde, den Schaufelwinkel $\psi = \frac{5}{4}\varphi = 6^0\,15'$, ferner den Theilkreishalbmesser

$$a_1 = a - \frac{d}{2} = 3{,}85 \text{ m},$$

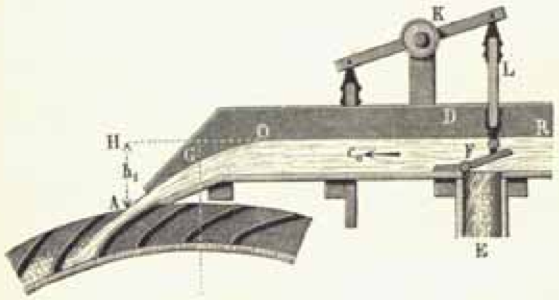
so hat man für den Eintrittswinkel β:

$$tg\,\beta = \frac{a - a_1 \cos\psi}{a_1 \sin\psi} = \frac{4 - 3{,}85 \,.\, 0{,}9941}{3{,}85 \,.\, 0{,}1088} = \frac{0{,}173}{0{,}419} = 0{,}413,$$

woraus $\beta = 22^0\,27'$ und der Deckungswinkel $90^0 - \beta = 67^0\,33'$ folgt.

Schützen. Von nicht unbedeutender Wichtigkeit ist die Art und Weise, §. 59.
wie das Wasser auf ein Rad geführt wird. Man läßt entweder das Wasser aus dem Gerinne frei einfallen in das Rad, oder man spannt dasselbe durch eine sogenannte Spannschütze an, ehe es in das Rad tritt. Im ersten Falle hängt die Einfallsgeschwindigkeit fast nur von der Fallhöhe ab,

Fig. 180.



im zweiten hingegen kann sie durch die Druckhöhe regulirt werden. Aus dem letzteren Grunde zieht man daher auch die Anwendung eines Schutzbrettes dem freien Eintritte oder der Einführung durch ein sogenanntes Schußgerinne vor. In Fig. 180 ist ein Wassereinlauf ohne Schütze abgebildet. Das durch das Gerinne DO zugeführte Wasser wird durch ein Schußgerinne G in bestimmter Richtung auf das Rad geführt. Um wenigstens den Zufluß zu reguliren, ist vor dem Rade ein Abfallutten E angebracht, durch den das überflüssige Wasser abfließt und über welchem eine Fallklappe F liegt, welche sich mittelst Hebel K, Stange L u. s. w. beliebig eröffnen und verschließen läßt. Fließt das Wasser im Gerinne mit der Geschwindigkeit c_0 zu und ist die Fallhöhe AH, vom Wasserspiegel OR bis zum Eintrittspunkte A gerechnet, $= h_1$, so hat man die Geschwindigkeit des eintretenden Wassers nahezu

$$c = \sqrt{2gh_1 + c_0^2} = \sqrt{2gh_1 + \left(\frac{Q}{G}\right)^2},$$

wenn Q das Wasserquantum und G den Inhalt des Querschnittes vom zufließenden Wasser bezeichnen.

Die Spannschützen sind entweder horizontal, oder vertical, oder geneigt. Die Anordnung und Stellvorrichtung eines horizontalen Schutzbrettes BC ist aus Fig. 181, und die eines verticalen Schutzbrettes aus Fig. 182 ersichtlich. Dort wird das Brett durch Zugstange DE und

Fig. 181.

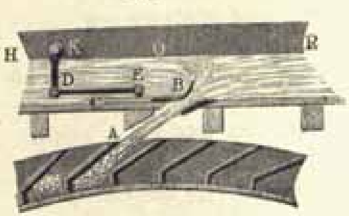
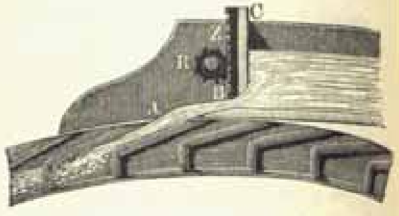


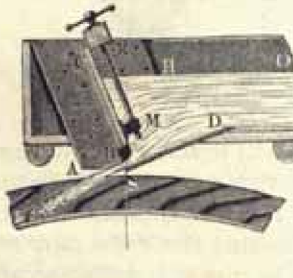
Fig. 182.



Hebel KD u. s. w., hier durch Zahnstange Z und Getriebe R in Bewegung gesetzt.

Die Construction von einer schiefstehenden Spannschütze ist in Fig. 183 abgebildet. Bei dieser in Freiberg angewendeten Spannschütze erfolgt die Stellung durch eine Schraube RM, welche oben durch eine über dem Gerinne wegliegende Schwelle R und unten durch eine an dem Schutzbrette BC vorstehende Nase M hindurchgeht.

Fig. 183.



Es ist bei allen Constructionen dieser Art Regel, die Mündung im Inneren so viel und so glatt wie möglich abzurunden oder nach der Gestalt des contrahirten Wasserstrahles zu formen, um die äußere Contraction des Wasserstrahles zu vermeiden und dem Wasser so wenig wie möglich Hindernisse in den Weg zu legen. Fällt das Wasser, nachdem es aus der Mündung herausgetreten ist, ganz frei, und kann man die Mündungsebene winkelrecht gegen die Richtung des Strahles legen, so ist es auch zweckmäßig, die Mündung einer dünnen Wand anzuwenden; nur muß dann auch dafür gesorgt werden, daß nicht partielle, einen schiefen Strahl gebende Contraction eintrete (s. Thl. I).

Bei dem Ausflusse durch Spannschützen bestimmt sich aus der Druckhöhe h_0, von dem Wasserspiegel bis zur Mitte der Schützmündung gemessen, die Ausflußgeschwindigkeit

$$c_0 = \mu \sqrt{2 g h_0},$$

ist nun noch z die freie Fallhöhe von der Schutzmündung bis zum Eintrittspunkte gerechnet, so hat man die Einfallsgeschwindigkeit:

$$c = \sqrt{c_0^2 + 2gz} = \sqrt{2g(\mu^2 h_0 + z)}.$$

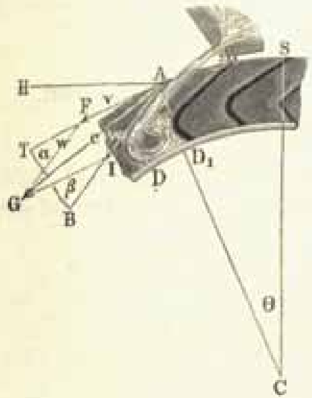
Nehmen wir den Ausflußcoefficienten $\mu = 0,95$ an, so bekommen wir demnach:

$$c = \sqrt{2g(0,9 h_0 + z)}.$$

Man ersieht hieraus, daß bei gleichem Einlaßgefälle die Einfallsgeschwindigkeit ziemlich dieselbe ist, das Wasser mag frei einfallen oder aus einer Schutzöffnung in das Rad gelangen.

Eintritt des Wassers. Damit das Wasser ungehindert in die Rad- §. 60.
zellen eintrete, darf es nicht am äußeren Radumfange mit den Schaufeln zusammenstoßen, sondern es muß der Zusammenstoß erst nahe am inneren Umfange erfolgen. Aus diesem Grunde ist nicht nur die äußere Schaufelkante A möglichst zuzuschärfen, sondern auch noch der Wasserstrahl AG, Fig. 184, so zu richten, daß sich seine Geschwindigkeit in zwei Componenten zerlegen läßt, wovon der eine mit der Umfangsgeschwindigkeit $AF = v$ zusammenfällt und der andere die Richtung AB der Stoßschaufel oder des äußeren Schaufelendes überhaupt hat. Da man die Richtung AB der Stoßschaufel als gegeben ansehen kann, ebenso die gegen den Radhalbmesser CA rechtwinkelig gerichtete Geschwindigkeit v am äußeren Radumfange bekannt und die Größe der Geschwindigkeit c des einfallenden Wassers eine bestimmte ist, so findet man die erforderliche Richtung des letzteren, wenn man durch F eine Parallele zu AB legt, mit c, als Halbmesser, aus A einen Kreisbogen beschreibt und nun von A nach dem Durchschnitte G dieses Bogens mit jener Parallelen eine Gerade AG zieht.

Fig. 184.



Führt man endlich noch durch den Punkt G eine Parallele zu AF, so schneidet diese von AB die relative Geschwindigkeit $AJ = w$ ab, mit welcher das Wasser in das Rad eintritt. Durch Rechnung findet man Folgendes: Ist α der Zutrittswinkel GAT, unter welchem der zufließende Wasserstrahl den äußeren Radumfang trifft, und β der gegebene

Eintrittswinkel TAB, unter welchem sich die Schaufeln an diesen Radumfang anschließen, so gelten für dieselben die bekannten Proportionen:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{w}{c} \text{ und } \frac{\sin(\beta-\alpha)}{\sin\beta} = \frac{v}{c}.$$

Die letztere Proportion führt auf die Formel

$$\sin(\beta-\alpha) = \frac{v}{c}\sin\beta = \frac{\sin\beta}{\varkappa},$$

wonach sich aus dem Eintrittswinkel β und dem Geschwindigkeitsverhältnisse $\varkappa = \frac{c}{v}$, der Winkel $\beta - \alpha = GAB$ bestimmen läßt, um welchen die Richtung AG des Wasserstrahles von der Richtung AB des Schaufelendes abweichen muß, und wodurch auch der Zutrittswinkel

$$\alpha = \beta - (\beta - \alpha)$$

gefunden wird.

Mit Hülfe der ersteren Proportion folgt dann aus dem letzteren Winkel die relative Eintrittsgeschwindigkeit:

$$w = \frac{c\sin\alpha}{\sin\beta}.$$

Man kann diese Geschwindigkeit auch mittelst der bekannten Formel

$$w = \sqrt{c^2+v^2-2cv\cos\alpha} = v\sqrt{1-2\varkappa\cos\alpha+\varkappa^2}$$

berechnen, auch läßt sich, da α stets nur ein kleiner Winkel und folglich $\cos\alpha$ nahe = Eins ist, annähernd, jedoch für den praktischen Gebrauch genau genug,

$$w = c - v = (\varkappa - 1)\,v,$$

und ebenso

$$\sin\alpha = \frac{c-v}{c}\sin\beta = \frac{\varkappa-1}{\varkappa}\sin\beta,$$

oder einfacher,

$$\alpha = \frac{\varkappa-1}{\varkappa}\beta$$

setzen.

Hiernach kann man also mittelst des gegebenen Geschwindigkeitsverhältnisses $\varkappa = \frac{c}{v}$ aus dem Eintrittswinkel β den Zutrittswinkel α berechnen. Man ersieht auch hieraus, daß $\varkappa > 1$, und also auch $c > v$ sein muß.

Da das in eine Radzelle eintretende Wasser in Folge des Stoßes gegen die Kropfschaufel u. s. w. eine entgegengesetzte Bewegungsrichtung annimmt, so würde dasselbe wenigstens theilweise wieder aus der Zelle heraustreten, wenn die relative Eintrittsgeschwindigkeit des Wassers eine sehr große wäre,

und wenn nicht das Wasser durch den Stoß gegen die Außenfläche der folgenden Schaufel eine andere Richtung bekäme. In dieser Hinsicht ist daher auch die Schaufelconstruction in Fig. 175 der in Fig. 178 vorzuziehen und die Anwendung von Schaufeln AD, wie Fig. 184, welche sich mit ihrer Außenfläche unter einem spitzen Winkel an den Radboden anschließen, in allen den Fällen zu rechtfertigen, wo das Wasser mit einer großen relativen Geschwindigkeit in das Rad eintritt.

Da die relative Eintrittsgeschwindigkeit $w = c - v = (\varkappa - 1)\,v$ nicht allein mit v, sondern auch mit $\varkappa$ wächst, so soll aus diesem Grunde das Verhältniß $\varkappa$ nie einen großen, meistens nur zwischen $^3/_2$ und 2 liegenden Werth annehmen.

Giebt man noch den Winkel $SCA = \theta$, um welchen der Eintrittspunkt A vom Radscheitel abweicht, so kann man nun auch den Neigungswinkel $GAH = \nu$ des einfallenden Wasserstrahles gegen den Horizont AH angeben; es ist nämlich

$$\nu = TAH + GAT = \theta + \alpha.$$

Beispiel. Wenn ein 10 m hohes verticales Wasserrad in der Minute vier Umdrehungen machen und folglich mit der Geschwindigkeit

$$v = \frac{3{,}1416\,.\,4\,.\,5}{30} = 2{,}094 \text{ m}$$

umlaufen soll, so ist bei dem Verhältnisse $\varkappa = \frac{c}{v} = 2$ die erforderliche absolute Geschwindigkeit des zufließenden Wassers:

$$c = \varkappa\,.\,v = 2\,.\,v = 4{,}188 \text{ m}.$$

Macht man nun den Eintrittswinkel $\beta = 20$ Grad, so ist für den Zutrittswinkel α:

$$\sin(\beta-\alpha) = \frac{\sin\beta}{\varkappa} = \tfrac{1}{2}\sin\beta = \tfrac{1}{2}\,.\,0{,}3420 = 0{,}1710,$$

daher:

$$\beta - \alpha = 9^0\,51',$$

so daß nun der Zutrittswinkel

$$\alpha = 20^0 - 9^0\,51' = 10^0\,9',$$

und die relative Geschwindigkeit des eintretenden Wassers

$$w = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}\,c = \frac{0{,}1762}{0{,}3420}\,4{,}188 = 2{,}158 \text{ m}$$

folgt.

Nach den Näherungsformeln wäre

$$w = c - v = (\varkappa - 1)\,v = v = 2{,}094 \text{ m}$$

und

$$\alpha = \frac{\varkappa-1}{\varkappa}\beta = \tfrac{1}{2}\beta = 10 \text{ Grad}.$$

Steht die Eintrittsstelle um den Winkel $\theta = 12$ Grad vom Radscheitel ab, so ist folglich die erforderliche Neigung des Wasserstrahles gegen den Horizont:

$$\nu = \theta + \alpha = 12^0 + 10^0\,9' = 22^0\,9'.$$

Ist b die Länge des Bogens AK, Fig. 185, welchen der eintretende Wasserstrahl am äußeren Radumfange einnimmt, so beträgt die Dicke des Strahles unmittelbar vor dem Eintritte:

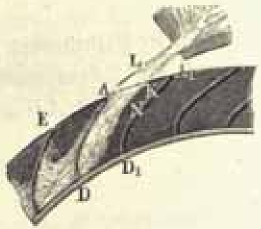
$$KL = AK \sin KAL = b \sin \alpha;$$

dagegen die Dicke desselben unmittelbar nach seinem Eintritte:

$$AN = AK \sin AKN = b \sin \beta,$$

und ist nun noch e die der Radweite gleichzusetzende Strahlbreite, so hat man die entsprechenden Querschnitte des Strahles:

Fig. 185.



$$eb \sin \alpha \text{ und } eb \sin \beta,$$

und folglich das Aufschlagwasserquantum:

$$Q = eb \sin \alpha . c = eb \sin \beta . w.$$

Nun ist aber dem Obigen zufolge,

$$Q = \varepsilon d e v,$$

wenn ε den Füllungscoefficienten und d die Radtiefe DE bezeichnen, daher hat man auch:

$$\sin \alpha = \frac{v}{c} \frac{\varepsilon d}{b} \text{ und } \sin \beta = \frac{v}{w} \frac{\varepsilon d}{b}.$$

Umgekehrt, ist die Länge des Bogens, welchen der Wasserstrahl am Radumfange einnimmt,

$$b = \frac{v}{c} \frac{\varepsilon d}{\sin \alpha} = \frac{v}{w} \frac{\varepsilon d}{\sin \beta}.$$

Annähernd, $w = c - v = (\varkappa - 1)\, v$ eingesetzt, folgt:

$$b = \frac{\varepsilon d}{(\varkappa - 1) \sin \beta}.$$

Da die oberschlächtigen Wasserräder nicht ventilirt werden, d. i. keine Oeffnungen im Radboden zum Austritt der vom eintretenden Wasser vertriebenen Luft haben können, so darf die Einmündung einer Radzelle nicht einen Augenblick lang von dem Querschnitt des eintretenden Wassers ausgefüllt sein, sondern es muß dieser Querschnitt noch einen zum Entweichen der verdrängten Luft nöthigen Raum übrig lassen. Wenn nun die Strahlbreite nur wenig kleiner ist als die Radweite e, so muß die Luft längs der ganzen Radweite austreten können, und es ist daher nöthig, daß der im Vorstehenden gefundene Bogen, welchen das eintretende Wasser am äußeren Radumfange einnimmt, noch kleiner sei als der an eben diesem Umfange von einer Radzelle eingenommene Bogen AA_1.

Ist z die Anzahl der Radschaufeln und a der äußere Radhalbmesser, so mißt dieser letztere Bogen: $b_1 = \frac{2 \pi a}{z}$, und setzen wir ihn nun der Bogenlänge b gleich, so erhalten wir folgenden Ausdruck für die zulässige Schaufel- oder Zellenzahl des Rades:

$$z = \frac{2 \pi a}{b} = (\varkappa - 1) \frac{2 \pi a \sin \beta}{\varepsilon d}.$$

Der Sicherheit wegen ist diese Zahl noch kleiner, je nach Befinden, nur halb so groß, d. i.

$$z = (\varkappa - 1) \frac{\pi a \sin \beta}{\varepsilon d}$$

anzunehmen.

Man ersieht aus dieser Formel, daß die Anzahl der Schaufeln eines Rades um so größer ausfallen kann, je größer der Radhalbmesser a, der Eintrittswinkel β und das Geschwindigkeitsverhältniß $\varkappa = \frac{c}{v}$, sowie je kleiner der Füllungscoefficient ε und je kleiner die Breite d des Radkranzes ist.

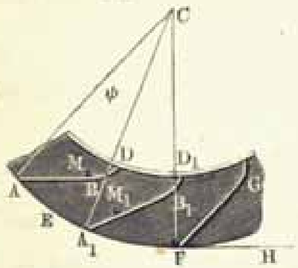
Beispiel. Für ein oberschlächtiges Wasserrad von 8 m Höhe und 0,3 m Kranzbreite ist bei dem Geschwindigkeitsverhältnisse $\varkappa = \frac{c}{v} = 2$, dem Füllungscoefficienten $\varepsilon = 1/4$ und dem Eintrittswinkel $\beta = 20$ Grad die größte Schaufelzahl:

$$z = (\varkappa - 1) \frac{2 . \pi . 4 \sin 20^0}{\frac{1}{4} . 0,3} = 114,5$$

wofür jedoch der Sicherheit wegen nur zwei Drittel dieses Werthes, etwa 72, anzunehmen sein möchte.

Anzahl der Zellen. Wir haben im Obigen angenommen, daß das §. 61.
Wasser eine Zelle vollständig verlassen habe, wenn die Stoßschaufel AB, Fig. 186, oder wenigstens das äußerste Schaufelende eine horizontale Lage angenommen hat; dies ist jedoch nur annähernd richtig; denn die letzten Wassertheile, wie z. B. M, welchen der Druck mangelt, fallen erst allmälig von der Schaufel AB herab, während dieselbe fortrückt und eine größere und größere Neigung annimmt. Die Zeit, welche hierzu nöthig ist, läßt sich wie folgt ermitteln.

Fig. 186.



Hat sich die in horizontale Lage gekommene Schaufel AB um den Winkel $ACA_1 = \psi$ gedreht, ist also auch ihre Neigung gegen den Horizont gleich ψ geworden, so beträgt die Beschleunigung des Wassertheilchens M_1 auf derselben: $p = g \sin \psi$; nun ist aber nach Thl. I für die entsprechende Fallgeschwindigkeit w, $\partial w = p \partial t$, daher hat man hier:

$$\partial w = g \sin \psi \partial t \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Dreht sich das Rad, und also auch die Schaufel mit der Geschwindigkeit v herum, so haben wir auch:

$$a \psi = v t,$$

sowie $a \partial \psi = v \partial t$,

daher läßt sich

$$\partial w = g \sin \psi \frac{a \partial \psi}{v} = \frac{g a}{v} \sin \psi \partial \psi \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

und die relative Geschwindigkeit des auf der Schaufel herabfallenden Wasser-Elementes

$$w = \frac{g a}{v} \int_0^\psi \sin \psi \partial \psi = \frac{g a}{v} (1 - \cos \psi) \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

setzen.

Ebenso hat man für den Raum $B_1 M_1 = s$, welchen das Element in der Zeit t auf der Schaufel zurückgelegt hat:

$$\partial s = w \partial t = \frac{w a \partial \psi}{v} = \frac{g a^2}{v^2} (1 - \cos \psi) \partial \psi \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

es folgt daher der Weg selbst

$$s = \frac{g a^2}{v^2} \int_0^\psi (1 - \cos \psi) \partial \psi = \frac{g a^2}{v^2} (\psi - \sin \psi) \quad . \quad . \quad (5)$$

Geht das Rad schnell um, so wird die Schwerkraft noch durch die ansehnliche Centrifugalkraft unterstützt, und man hat daher, wenn auch nur annähernd, statt g, $g + \frac{v^2}{a}$ (s. Thl. I), wo a den Radhalbmesser bezeichnet, zu setzen.

Hiernach ist nun:

$$s = \frac{a^2}{v^2} \left(g + \frac{v^2}{a} \right) (\psi - \sin \psi) \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

und umgekehrt:

$$\psi - \sin \psi = \frac{v^2 s}{(g a + v^2) a} \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

Da der Inhalt eines Kreissegmentes vom Radius 1 und dem Centriwinkel ψ gleich $\frac{\psi - \sin \psi}{2}$ ist, so läßt sich ψ als der Centriwinkel eines Kreisabschnittes vom Inhalt $\frac{{}^1/_2 v^2 s}{(g a + v^2) a}$ ansehen.

Damit sich alles Wasser aus der Zelle entfernt hat, wenn das äußere Schaufelende A am Fußpunkte F des Rades ankommt, muß dieser Formel auch entsprochen werden, wenn man statt s die ganze Schaufelbreite $AB = FG$, und für ψ den Aus- und Eintrittswinkel, d. i. den Winkel $BAE = GFH = \beta$ einführt, um welchen die Schaufel AB oder FG vom äußeren Radumfange abweicht.

Mit Hülfe der Formel

$$\beta - \sin \beta = \frac{v^2 s}{(g a + v^2) a} \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

oder annähernd mit Rücksicht auf die bekannte Reihe:

$$\sin \beta = \beta - \frac{\beta^3}{1.2.3} + \frac{\beta^5}{1.2.3.4.5} - \dots$$

$$\sin \beta = \sqrt[3]{\frac{6 v^2 s}{(g a + v^2) a}} \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

läßt sich die Größe des zulässigen Eintrittswinkels β bestimmen, den wir im Vorstehenden immer als gegeben oder bekannt angenommen haben. Auch ersieht man aus ihr, daß der Eintrittswinkel β um so kleiner, also der Deckungswinkel um so größer angenommen werden kann, je größer der Radhalbmesser a, sowie je kleiner die Umfangsgeschwindigkeit v und die Schaufelbreite s ist.

Beispiele. 1. Für die Stoßschaufelbreite $s = 0{,}3$ m, die Umfangsgeschwindigkeit $v = 1{,}5$ m und den Radhalbmesser $a = 3$ m hat man:

$$\beta - \sin \beta = \frac{1{,}5 \,.\, 1{,}5 \,.\, 0{,}3}{(9{,}81 \,.\, 3 + 2{,}25)\, 3} = \frac{0{,}675}{95{,}04} = 0{,}00710,$$

folglich

$$\frac{\beta - \sin \beta}{2} = 0{,}003550,$$

welchem Werthe als Kreissegment ein Winkel $\beta = 20^0\, 3'$ entspricht.

Die Näherungsformel giebt

$$\sin \beta = \sqrt[3]{6 \,.\, 0{,}00710} = 0{,}3492$$

und hiernach $\beta = 20^0\, 26'$.

2. Für ein hohes Rad von 6 m Halbmesser und 3 m Umfangsgeschwindigkeit ist, wenn man wieder $s = 0{,}3$ m annimmt,

$$\frac{\beta - \sin \beta}{2} = \frac{9 \,.\, 0{,}3}{2\, (9{,}81 \,.\, 6 + 9)\, 6} = 0{,}00332$$

und hiernach β nahe $= 20$ Grad.

3. Für ein sehr schnell umlaufendes niedriges Rad von 1,5 m Halbmesser und 2,5 m Umfangsgeschwindigkeit ist:

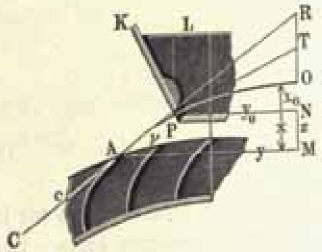
$$\frac{\beta - \sin \beta}{2} = \frac{2{,}5 \,.\, 2{,}5 \,.\, 0{,}3}{2\, (9{,}81 \,.\, 1{,}5 + 6{,}25)\, 1{,}5} = 0{,}0298,$$

folglich $\beta =$ nahe 40 Grad.

Es folgt aus diesen Beispielen, daß sich die Schaufeln unter einem Winkel von 20 bis 40 Grad an den äußeren Radumfang anschließen müssen, und zwar ersteres bei hohen und langsam und letzteres bei niedrigen und schnell umlaufenden Rädern.

§. 62. **Einführung des Wassers.** Damit das Wasser in der gegebenen Richtung an das Rad gelange, legt man entweder die Schützenmündung ganz nahe an die Eintrittsstelle und stellt das Schutzbrett rechtwinkelig zur Strahlrichtung, oder man bringt ein Schußgerinne in der geforderten Richtung des Strahles an, oder man stellt das Schußbrett so, daß das Wasser bei seinem freien Falle in einer Parabel die gegebene Richtung beim Eintritt von selbst annimmt.

Fig. 187.



Um die Richtung des Schutzbrettes in dem Falle zu finden, wenn das Wasser zum Theil frei auf das Rad fällt, hat man von der in Thl. I abgehandelten Theorie der Wurfbewegung Gebrauch zu machen. Aus der Geschwindigkeit $AC = c$, Fig. 187, und dem Neigungswinkel $RAM = \nu$ der geforderten Strahlrichtung gegen den Horizont folgt die verticale Coordinate des Parabelscheitels:

$$MO = x = \frac{c^2 \sin^2 \nu}{2g} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

und dagegen die horizontale Coordinate:

$$AM = y = \frac{c^2 \sin 2\nu}{2g} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Will man nun die Schutzöffnung nach irgend einem Punkte P dieser parabolischen Bahn verlegen, und giebt man etwa die Höhe $MN = z$ dieser Mündung über der Eintrittsstelle A, so hat man für die Coordinaten $ON = x_0$ und $NP = y_0$ dieses Punktes die Formel:

$$x_0 = x - z \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

sowie

$$y_0 = y\sqrt{\frac{x_0}{x}} = y\sqrt{1 - \frac{z}{x}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

und für den Neigungswinkel $TPN = \nu_0$, welchen die Parabel an dieser Stelle mit dem Horizonte einschließt,

$$\operatorname{tang} \nu_0 = \frac{TN}{PN} = \frac{2\,ON}{PN} = \frac{2x_0}{y_0} = \frac{2\sqrt{x(x-z)}}{y} \quad . \quad . \quad (5)$$

Die Ebene PK des Schutzbrettes muß nun winkelrecht auf der Tangente PT stehen. Man findet hiernach also die erforderliche Lage des Schutzbrettes, wenn man die Abscisse ON umgekehrt als OT aufträgt, dann PT zieht, und hierauf wieder ein Perpendikel PK errichtet.

Legt man die Schutzmündung in den Parabelscheitel, so kommt natürlich das Schutzbrett vertical zu stehen.

Die Ausflußgeschwindigkeit bei P ist nun:

$$c_0 = \sqrt{c^2 - 2gz} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

und die entsprechende theoretische Druckhöhe

$$h_0 = \frac{c^2}{2g} - z \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

oder effectiv:

$$h_0 = 1,1\left(\frac{c^2}{2g} - z\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

wenn die Ausmündung glatt abgerundet und vielleicht gar mit Eisenblech bekleidet ist. Die Weite der Schutzmündung soll man nur wenig kleiner machen als die Radweite.

Beispiel. Für die Geschwindigkeit $c = 5$ m und den Neigungswinkel $\nu = 20^0$ hat man die Coordinaten des Parabelscheitels:

$$x = 0,051 \,.\, 25 \,.\, \sin^2 20^0 = 0,149 \text{ m}$$

und

$$y = 0,051 \,.\, 25 \,.\, \sin 40^0 = 0,819 \text{ m}.$$

Will man nun die Mitte der Schutzmündung um $z = 0,1$ m über die Eintrittsstelle legen, so hat man die Coordinaten von der Mitte der Mündung:

$$x_0 = 0,149 - 0,1 = 0,049 \text{ m}$$

und

$$y_0 = 0,819\sqrt{\frac{49}{149}} = 0,469 \text{ m}.$$

Für die Neigung des Strahles gegen den Horizont ist

$$\operatorname{tang} \nu_0 = \frac{2 \,.\, 0,049}{0,469} = 0,2089,$$

hiernach diese Neigung selbst:

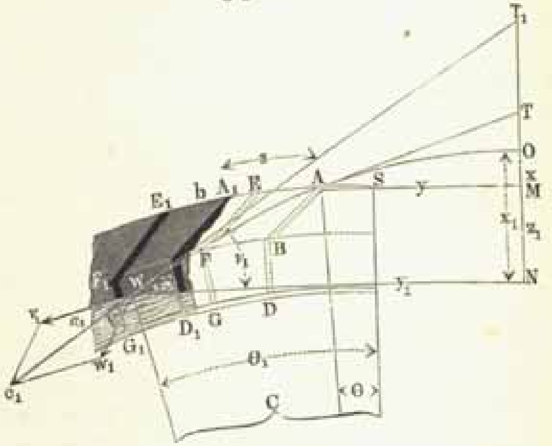
$$\nu_0 = 11^0\, 48',$$

und folglich die des Schutzbrettes:

$$90^0 - \nu_0 = 78^0\, 12'.$$

Bei der in §. 60 angegebenen Einführung des Wassers in die Radzellen erleidet die parabolische Bahn des Wasserstrahles innerhalb des Rades nicht eher eine Veränderung, als bis der Strahl auf die Riegelschaufel oder auf das bereits in der Zelle befindliche Wasser aufschlägt; es lassen sich auch für den Punkt W, Fig. 188, in welchem der Strahl auftrifft, die vorstehend gefundenen Formeln anwenden. Bezeichnet z_1 den senkrechten Abstand MN des Eintrittspunktes A von der Oberfläche W des Wassers im Augenblicke,

Fig. 188.



wenn der Zufluß in die entsprechende Zelle beendigt ist, so haben wir die Abscisse des Endpunktes W des Strahles:

$$ON = OM + MN, \text{ d. i. } x_1 = x + z_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

ferner die Ordinate desselben:

$$NW = y_1 = y\sqrt{\frac{x_1}{x}} = y\sqrt{1 + \frac{z_1}{x}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

und endlich für den Neigungswinkel $T_1WN = \nu_1$ des Wasserstrahles gegen den Horizont an eben dieser Stelle:

$$tang\,\nu_1 = \frac{2\,x_1}{y_1} = \frac{2\sqrt{x(x+z_1)}}{y} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

Noch ist für den Winkel $WCS = \theta_1$, um welchen der Endpunkt W vom Radscheitel S abweicht,

$$sin\,\theta_1 = \frac{WN - AM + AS}{CW} = \frac{y_1 - y + a\,sin\,\theta}{a_1} \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

wobei a_1 den Halbmesser CW bezeichnet; und hieraus folgt nun der Winkel, um welchen die Richtung der Endgeschwindigkeit c_1 von der Richtung der Umdrehungsgeschwindigkeit v_1 in W abweicht:

$$\alpha_1 = \nu_1 - \theta_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

Die Geschwindigkeit c_1, mit welcher endlich das Wasser in W aufschlägt, ist durch die bekannte Formel $\frac{c_1^2}{2g} = \frac{c^2}{2g} + z_1$ bestimmt, also:

$$c_1 = \sqrt{c^2 + 2gz_1},$$

oder nach §. 59:

$$c_1 = \sqrt{2g\,(0{,}9\,h_0 + x + z_1)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

Beispiel. Bei dem im letzten Beispiele behandelten Rade ist, wenn man $z_1 = 0{,}22$ m annimmt, für den Angriffspunkt W die Abscisse:

$$ON = x_1 = x + z_1 = 0{,}149 + 0{,}22 = 0{,}369 \text{ m},$$

die Ordinate:

$$NW = y_1 = y\sqrt{1 + \frac{z_1}{x}} = 0{,}819\sqrt{1 + \frac{0{,}22}{0{,}149}} = 1{,}288 \text{ m}.$$

Ferner ist für den Neigungswinkel des Strahles an eben dieser Stelle:

$$tang\,\nu_1 = \frac{2\,x_1}{y_1} = \frac{0{,}738}{1{,}288} = 0{,}573,$$

folglich:

$$\nu_1 = 29^0\,50'.$$

Dagegen ist für den Centriwinkel des Angriffspunktes W, wenn der Radhalbmesser $a = 6$ m ist und der Winkel $ACS = \theta = 12$ Grad mißt:

$$sin\,\theta_1 = \frac{y_1 - y + a\,sin\,\theta}{a_1} = \frac{1{,}288 - 0{,}819 + 6\,.\,0{,}2079}{6 - 0{,}22} = 0{,}297,$$

folglich $\theta_1 = 17^0\,16'$, und der Winkel, um welchen in W die Richtung des Wasserstrahles von der Tangente des Rades abweicht:

$$\alpha_1 = \nu_1 - \theta_1 = 12^0\,34'.$$

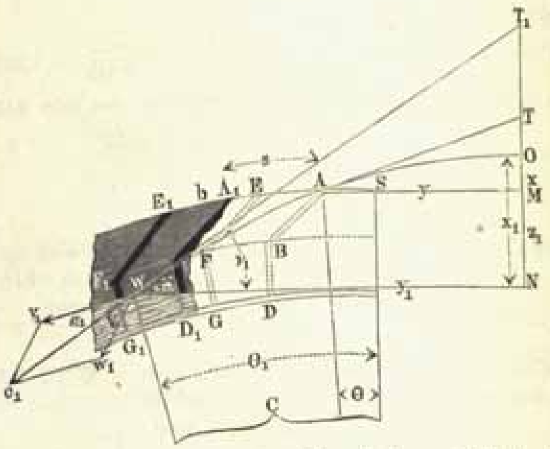
Endlich ist die Geschwindigkeit des in W zum Stoße gelangenden Wassers:

$$c_1 = \sqrt{c^2 + 2gz_1} = \sqrt{25 + 2\,.\,9{,}81\,.\,0{,}22} = 5{,}414 \text{ m}.$$

Bewegung des einfallenden Wassers im Rade. Die Art und Weise, wie das Wasser innerhalb einer Zelle zum Stoße gelangt, ist folgende. Es sei AFW, Fig. 189, die Axe des Wasserstrahles vor dem Anstoße, und ABD eine Schaufel, welche mit ihrem äußeren Ende durch A geht, sowie EFG die nächst vorhergehende Schaufel und folglich AGE die Zelle, welche den Wasserkörper aufnimmt, dessen Axe durch AF repräsentirt wird. §. 63.

Bei der oben (§. 60) angegebenen Lage des Schaufelendes FE gelangt dieser Wasserkörper fast ohne allen Stoß in die Zelle AGE, wenigstens sind es nur die vordersten Elemente, welche bei F an EFG wirklich anstoßen, der hauptsächlichste Stoß erfolgt vielmehr erst, während die Zelle allmälig aus der Lage AGE in die Lage $A_1G_1E_1$ rückt, wobei die vordere Schaufel der Zelle nach und nach von allen übrigen Elementen des Wasserkörpers AF eingeholt wird. Der Stoß des Wassers innerhalb der gedachten Zelle ist beendigt, sobald das letzte Element A des Wasserkörpers AF an die vordere Schaufel $E_1F_1G_1$ (in V) antrifft oder auf das Wasser in der gefüllten Zelle (in W) aufschlägt. Bei der entsprechenden Stellung der Zelle $A_1G_1E_1$ ist also auch die Füllung derselben beendigt und daher anzunehmen, daß hier die Wirkung des Wassers durch Stoß beendigt sei und die Wirkung desselben durch Druck beginne. Um diese Zellenstellung $A_1 G_1 E_1$ zu finden, hat man in Betracht zu ziehen, daß die vordere Schaufel EFG bei ihrer Bewegung nach $E_1 F_1 G_1$ dieselbe Zeit braucht, wie das letzte Wasserelement bei seiner Bewegung von A nach V oder W.

Fig. 189.



Bezeichnen wir den zu bestimmenden Weg $AA_1 = EE_1$ der Schaufel durch s, so können wir, da sich die letztere mit der Geschwindigkeit v fortbewegt, die Zeit zum Durchlaufen dieses Weges setzen:

$$t = \frac{s}{v} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

bezeichnen wir dagegen die Länge des Curvenbogens AFV durch s_1, und nehmen wir an, daß das letzte Wasserelement A denselben mit der mittleren Geschwindigkeit $\frac{c + c_1}{2}$ zurücklege, so können wir die hierzu nöthige Zeit

$$t = \frac{2 s_1}{c + c_1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

setzen. Da nun aber diese beiden Zeiten einander gleich sind, so folgt die Bestimmungsgleichung

$$\frac{s}{v} = \frac{2 s_1}{c + c_1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Wegen der nur mäßigen Abweichung der Richtung des Strahles AFV vom Umfange AE_1 läßt sich annähernd $s_1 = AFV = AE + EF + EE_1$ setzen. Nun ist aber AE der als bekannt anzusehende und auf dem äußeren

Radumfang zu messende Abstand $b = \frac{2\pi a}{z}$, zwischen je zwei Radschaufeln, und EF durch die Proportion (s. §. 60):

$$\frac{EF}{EA} = \frac{w}{v} = \frac{c - v}{v} = \varkappa - 1$$

bestimmt, und zwar

$$EF = (\varkappa - 1)\, EA = (\varkappa - 1)\, b \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

daher folgt:

$$s_1 = b + (\varkappa - 1)\, b + s = \varkappa b + s \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Es nimmt nun die gefundene Bestimmungsgleichung folgende Gestalt an:

$$\frac{s}{v} = \frac{2}{c + c_1} (\varkappa b + s),$$

oder:

$$(c + c_1 - 2v)\, s = 2 \varkappa v b,$$

und es ist daher der gesuchte Weg der Schaufel während des Wasserstoßes:

$$s = \varkappa \frac{2v}{c + c_1 - 2v}\, b = \frac{2 \varkappa b}{\left(1 + \frac{c_1}{c}\right) \varkappa - 2} \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Mit Hülfe von $s = AA_1 = EE_1$ läßt sich nun die entsprechende Schaufelstellung aufzeichnen. Da sich aus dem gegebenen Aufschlagsquantum Q pr. Secunde, der Umdrehungszahl n des Rades pr. Minute, sowie aus der Anzahl z der Radschaufeln der Wasserkörper

$$V = \frac{60\, Q}{n z}$$

und hieraus und aus der axialen Radbreite e wieder der Querschnitt desselben:

$$F = \frac{V}{e} = \frac{60\, Q}{n z e}$$

bestimmen läßt, so kann man nun auch die Lage des Wasserspiegels W in der Zelle $A_1 G_1 E_1$ angeben und die Höhe $MN = z_1$ abmessen, welche wir im vorigen Paragraphen als gegeben angesehen haben.

Da $c_1 = \sqrt{c^2 + 2 g z_1}$ ist, so hängt allerdings die ganze Bestimmung von s durch die obige Formel mit von z_1 ab; es ist indessen z_1 in der Regel eine mäßige Größe, für welche man in dem letzteren Ausdrucke einen Annäherungswerth einsetzen kann.

Beispiel. Wenn ein oberschlächtiges Wasserrad bei einer Höhe von 12 m 96 Schaufeln hat und mit 2,5 m Geschwindigkeit umläuft, wenn ferner das Wasser mit der Geschwindigkeit $c = 2v = 5$ m in dasselbe eingeführt wird und sich dieselbe im Rade auf $c_1 = 5{,}414$ m steigert (s. das Beispiel des vorigen Paragraphen), so ist die Theilung oder die äußere Weite einer Radzelle:

$$b = \frac{2\pi a}{z} = \frac{3{,}1416\,.\,12}{96} = 0{,}393 \text{ m}$$

und die Bewegung derselben während des Wasserstoßes nach (6):

$$s = \frac{2\varkappa b}{\left(1+\frac{c_1}{c}\right)\varkappa - 2} = \frac{2\,.\,2\,.\,0{,}393}{\left(1+\frac{5{,}414}{5}\right)2 - 2} = 0{,}726 \text{ m.}$$

Anmerkung. Eine theoretische Untersuchung über die Einführung des Wassers in verticale Wasserräder von Weisbach findet sich im „Civilingenieur" Bd. 4 veröffentlicht. Siehe auch das Taschenbuch „der Ingenieur".

§. 64. **Stosswirkung.** Das Wasser wirkt beim oberschlächtigen Wasserrade vorzüglich durch sein Gewicht und nur zum kleinsten Theil durch Stoß. Die Wirkung durch den Stoß finden wir, indem wir von der ganzen Wirkung, welche der lebendigen Kraft des eintretenden Wassers entspricht, abziehen: die mechanische Arbeit, welche das Wasser behält, wenn es das Rad verläßt, sowie diejenige, welche es durch seine wirbelnde Bewegung beim Eintritte in die Zellen verliert. Die Geschwindigkeit des abfließenden Wassers ist gleich zusetzen der Geschwindigkeit v_1 des Rades im Theilrisse, und es ist daher das im abfließenden Wasser zurückbleibende Arbeitsvermögen gleich $\frac{v_1^2}{2g} Q\gamma$. Der Arbeitsverlust, welcher bei dem Wirbeln und Zertheilen des Wassers entsteht, läßt sich aber, wie beim Stoße, gleich $\frac{w_1^2}{2g} Q\gamma$ setzen, insofern w_1 diejenige Geschwindigkeit bezeichnet, welche das Wasser beim Eintritte in die Zellen plötzlich verliert. Ist daher c_1 die Geschwindigkeit Wc_1, Fig. 190, des eintretenden Wassers, so folgt die noch übrig bleibende Wirkung seiner lebendigen Kraft:

$$L_1 = \frac{c_1^2 - v_1^2 - w_1^2}{2g}\, Q\gamma \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Nun läßt sich aber c_1 in die Seitengeschwindigkeiten $Wv_1 = v_1$ und $Ww_1 = w_1$ theilen, wovon v_1 eben diejenige Geschwindigkeit ist, die das Wasser behält, indem es mit der Zelle fortgeht, es ist daher auch der andere Component w_1 die verlorene Geschwindigkeit. Setzen wir den Winkel $c_1 W v_1$, welchen die Richtung der Eintrittsgeschwindigkeit c_1 mit der Tangente Wv_1 oder Richtung der Umfangsgeschwindigkeit einschließt, gleich α_1, so haben wir bekanntlich:

$$w_1^2 = c_1^2 + v_1^2 - 2\,c_1 v_1 \cos\alpha_1,$$

und daher die gesuchte mechanische Arbeit:

$$L_1 = \frac{c_1^2 - v_1^2 - c_1^2 - v_1^2 + 2\,c_1 v_1 \cos\alpha_1}{2g}\, Q\gamma$$

$$= \frac{c_1\cos\alpha_1 - v_1}{g}\, v_1 Q\gamma \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

oder da $\frac{1}{g} = 0{,}102$ und $\gamma = 1000$ kg ist,

$$L_1 = 102\,(c_1\cos\alpha_1 - v_1)\,v_1 Q \text{ Meterkilogramm} \quad . \quad . \quad (3)$$

Man ersieht leicht, daß diese Stoßleistung um so größer wird, je größer c_1 und je kleiner α_1 ist; auch folgt durch Differentiiren, daß diese ein Maximum wird, wenn

$$v_1 = \tfrac{1}{2}\,c_1\cos\alpha_1 \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

ausfällt. Die dem letzten Verhältnisse entsprechende Maximalleistung ist

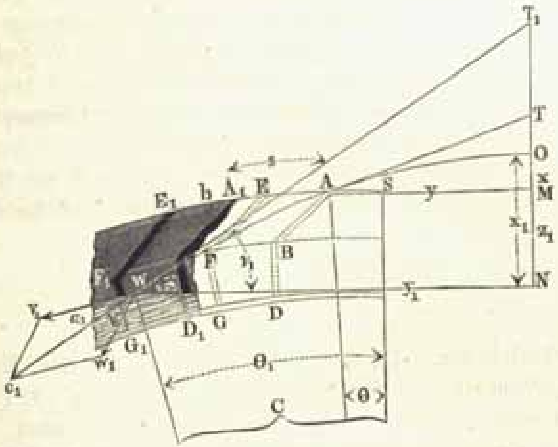
$$L_1 = \tfrac{1}{2}\,\frac{c_1^2\cos^2\alpha_1}{2g}\, Q\gamma \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

oder $\alpha_1 = 0$, also $\cos\alpha_1 = 1$ gesetzt,

$$L_1 = \tfrac{1}{2}\,\frac{c_1^2}{2g}\, Q\gamma \quad . \quad . \quad . \quad (5^*)$$

Da $\frac{c_1^2}{2g}$ das der Geschwindigkeit c_1 entsprechende Gefälle ist, so folgt, daß die Stoßwirkung im günstigsten Falle nur halb so groß ist, als die

Fig. 190.



disponible Leistung. Es ist aus diesem Grunde zweckmäßiger, vom ganzen Radgefälle nur den möglich kleinsten Theil auf den Stoß und dagegen so viel wie möglich auf den Druck zu verwenden. Könnten wir $c_1\cos\alpha_1 = v_1$, also $c_1 = \frac{v_1}{\cos\alpha_1}$ machen, so würden wir das Gefälle $\frac{v_1^2}{2g\cos\alpha_1^2}$ zur Einführung des Wassers in das Rad aufwenden, ohne eine Wirkung durch den Stoß zu erhalten. Machen wir hingegen $c_1 = \frac{2v_1}{\cos\alpha_1}$, verwenden wir also auf die Einführung des Wassers das vierfache Gefälle $4\,\frac{v_1^2}{2g\cos\alpha_1^2}$, so erhalten wir doch nur die Wirkung

$$\tfrac{1}{2}\,\frac{4v_1^2}{2g}\,Q\gamma = 2\,\frac{v_1^2}{2g}\,Qg,$$

und verlieren also das Gefälle $\left(\frac{4}{\cos\alpha_1^2} - 2\right)\frac{v_1^2}{2g}$, oder, wenn wir, da α_1 sehr klein ist, $\cos\alpha_1 = 1$ setzen, das Gefälle $2\,\frac{v_1^2}{2g}$, d. i. doppelt so viel, als wenn wir auf alle Stoßleistung Verzicht leisten, also das Wasser nur so schnell eintreten lassen, als das Rad umgeht. Uebrigens ersehen wir auch, daß eine um so größere Wirkung vom Rade zu erwarten ist, je kleiner v_1 ist, d. i. je langsamer das Rad umgeht. Allerdings fällt aber die Radweite e oder der Fassungsraum, und also auch das Gewicht des Wasserrades, um so größer aus, je kleiner die Umfangsgeschwindigkeit v oder Umdrehungszahl n des Rades ist. Da nun aber die Zapfen eines Rades um so stärker gemacht werden müssen, je schwerer das Rad ist, und das Moment der Zapfenreibung mit den Zapfenstärken wächst, so wird allerdings bei einem langsam umgehenden Rade mehr mechanische Arbeit durch die Zapfenreibung consumirt als bei einem schneller umlaufenden, und es ist hiernach leicht zu ermessen, daß die größte Leistung eines Wasserrades keineswegs eine unendlich kleine Umdrehungsgeschwindigkeit erfordert.

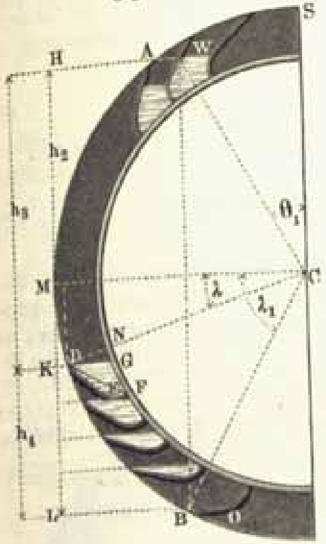
Da nach §. 60 schon c größer als v sein muß, so ist um so mehr c_1 größer als v_1, es übertrifft daher der Arbeitsverlust durch den Stoß stets die Größe

$$\frac{v_1^2}{2g}\,Q\gamma \quad . \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;. \quad (6)$$

§. 65. **Druckwirkung.** Die mit Wasser gefüllten Zellen eines Wasserrades bilden gleichsam einen ringförmigen Wasserraum AB, Fig. 191 (a. f. S.), den man deshalb auch den wasserhaltenden Bogen nennt. Da das Wasser am oberen Ende dieses Bogens ein- und am unteren Ende austritt, so ist dessen Höhe $HL = h_2$ das wirksame Gefälle, und daher die mechanische Leistung des Rades durch Druck gleich $Q\gamma h_2$. Die Höhe des wasserhaltenden Bogens läßt sich aber aus drei Theilen zusammensetzen.

Der erste Theil HM liegt über dem Radmittel und hängt von dem Winkel $SCW = \theta_1$ ab, um welchen die aus §. 62 bekannte Eintrittsstelle W des Wassers in das Rad vom Radscheitel absteht.

Fig. 191.



Setzen wir wieder den Halbmesser $CW = a_1$, so haben wir die Höhe des obersten Theiles vom wasserhaltenden Bogen,

$$HM = a_1\cos\theta_1 \quad . \;. \quad (1)$$

Der zweite Theil MK liegt unter dem Radmittel M und hängt von der Stelle D ab, wo das Wasser anfängt auszufließen; setzen wir den Winkel MCD, um welchen diese Stelle unter dem Radmittel liegt, gleich λ, so haben wir diese zweite Höhe

$$MK = a\sin\lambda. \quad . \quad (2)$$

Der dritte Theil endlich entspricht demjenigen Bogen DB, in welchem das Ausleeren vor sich geht, der also zwischen dem Anfange D und dem Ende B des Austrittes liegt. Setzen wir den Winkel MCB, um welchen die Stelle B, wo das letzte Wasser aus dem Rade tritt, unter dem Radmittel M liegt, gleich λ_1, so haben wir die Höhe

$$KL = a\,(\sin\lambda_1 - \sin\lambda) \quad . \;.\;.\;.\;.\;. \quad (3)$$

Während nun in den ersten beiden Bogentheilen das Wasser zur vollständigen Wirkung gelangt, theilt es in dem unteren Drittel nur einen Theil seiner mechanischen Arbeit dem Rade mit, weil es sich hier allmälig vom Rade entfernt, und wir können daher die ganze Wirkung des Wassers durch sein Gewicht

$$L_2 = (a_1\cos\theta_1 + a\sin\lambda)\,Q\gamma + a\,(\sin\lambda_1 - \sin\lambda)\,Q_1\gamma \quad . \;. \quad (4)$$

setzen, wenn Q das ganze Aufschlagwasserquantum pr. Secunde, Q_1 aber nur einen Theil desselben und zwar das mittlere Wasserquantum bezeichnet, welches wir im Bogen DB wirkend annehmen können.

Vereinigen wir hiermit die Stoßleistung L_1 des Wassers [s. (2) §. 64], so bekommen wir die ganze mechanische Leistung eines oberschlächtigen Wasserrades:

$$L = \left(\frac{c_1\cos\alpha - v_1}{g}\,v_1 + a_1\cos\theta_1 + a\sin\lambda\right)Q\gamma$$
$$+ a\,(\sin\lambda_1 - \sin\lambda)\,Q_1\gamma \quad . \;. \quad (5)$$

oder, wenn wir die Höhe $(a_1 \cos \theta_1 + a \sin \lambda)$ des Theiles vom wasserhaltenden Bogen, welcher das vollständige Wasserquantum aufnimmt, durch h_3, den übrigen Theil $a(\sin \lambda_1 - \sin \lambda)$ aber durch h_4 und das Verhältniß $\frac{Q_1}{Q}$ durch ξ bezeichnen.

$$L = Pv = \left(\frac{c_1 \cos \alpha_1 - v_1}{g}\, v_1 + h_3 + \xi h_4\right) Q\gamma \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

und die Kraft am Umfange des Wasserrades:

$$P = \left(\frac{c_1 \cos \alpha_1 - v_1}{g}\, v_1 + h_3 + \xi h_4\right) \frac{Q}{v}\, \gamma \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

Beispiel. Bei einem 10 m hohen oberschlächtigen Wasserrade ist die Eintrittsgeschwindigkeit $c_1 = 5$ m, die Geschwindigkeit im Theilrisse, $v_1 = 2{,}2$ m der Winkel α_1, um welchen die Strahlrichtung von der Bewegungsrichtung des Rades an der Eintrittsstelle W abweicht, gleich 12^0, und der Halbmesser oder Abstand $CW = 4{,}7$ m, ferner der Abstand dieser Stelle vom Scheitel, $WCS = 18^0$, der Abstand der Anfangsstelle D des Ausgusses vom Radmittel, $\lambda = 58^1/_2{}^0$, und der Abstand der Endstelle B von eben diesem Mittel, $\lambda_1 = 70^1/_2{}^0$, endlich das Aufschlagequantum $Q = 0{,}2$ cbm, und es werde $\xi = \frac{Q_1}{Q} = {}^1/_2$ angenommen; man sucht die Leistung des Rades. Es ist das wirksame Stoßgefälle

$$\frac{(c_1 \cos \alpha - v_1)\, v_1}{g} = 0{,}102\ (5 \,.\, \cos 12^0 - 2{,}2)\ 2{,}2 = 0{,}604 \text{ m}$$

und das Druckgefälle:

$$a_1 \cos \theta_1 + a\,[\sin \lambda + \xi\,(\sin \lambda_1 - \sin \lambda)] = 4{,}7 \,.\, \cos 18^0$$
$$+\, 5\left[\sin 58{,}5^0 + \frac{1}{2}\,(\sin 70{,}5^0 - \sin 58{,}5^0)\right] = 4{,}470 + 4{,}488 = 8{,}958 \text{ m}$$

folglich die ganze Leistung des Wasserrades:

$$L = 0{,}2 \,.\, 1000\ (0{,}604 + 8{,}958) = 1912{,}4 \text{ mkg} = 25{,}5 \text{ Pferdekräfte.}$$

Die Kraft am Umfange des Rades, dessen Geschwindigkeit $v = 2{,}2\, \frac{5}{4{,}7} = 2{,}34$ m mißt, beträgt folglich:

$$P = \frac{L}{v} = \frac{1912{,}4}{2{,}34} = 817 \text{ kg.}$$

§. 66. Austritt des Wassers aus dem Rade.

Man sieht hiernach ein, daß es bei genauer Bestimmung der Druckwirkung des Wassers bei einem oberschlächtigen Rade besonders darauf ankommt, die beiden Grenzen des Ausgußbogens und das Verhältniß $\xi = \frac{Q_1}{Q}$ der mittleren Wassermenge einer Zelle im Ausgußbogen zur anfänglichen Wassermenge in einer Zelle zu finden. Hierüber sollen daher in Folgendem die nöthigen Regeln gegeben werden.

Hat das Rad z Schaufeln oder Zellen und macht es pr. Minute n Umdrehungen, so werden dem Wasser in jeder Secunde $\frac{nz}{60}$ Zellen zur Aufnahme der Wassermenge Q dargeboten, und es kommt daher auf eine Zelle das Wasserquantum:

$$V = Q : \frac{nz}{60} = \frac{60\, Q}{nz}.$$

Bezeichnet e, wie früher, die Radweite, so folgt der Querschnitt des Wasserprismas in einer Zelle:

$$F_0 = \frac{V}{e} = \frac{60\, Q}{n z e} \quad (\text{s. §. 63.})$$

Ist nun $DEFG$, Fig. 192, diejenige Zelle, bei welcher das Ausgießen anfängt, so können wir setzen:

$$F_0 = \text{Segment } DEF + \text{Dreieck } DFN - \text{Dreieck } DGN.$$

Fig. 192.

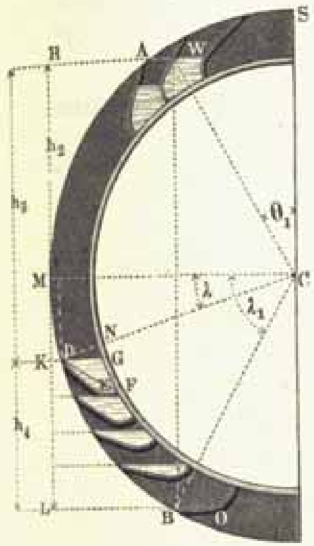
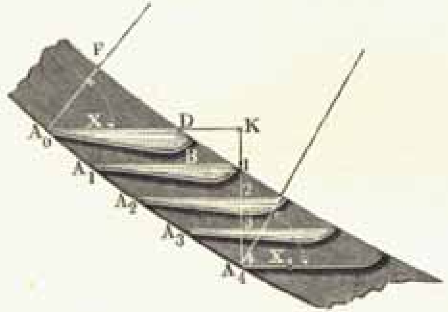


Fig. 193.



Setzen wir nun den Inhalt des Segmentes $DEF = S$, und den des Dreiecks $DFN = D$, so haben wir das Dreieck

$$DGN = S + D - F_0.$$

Da sich aber $\triangle\, DGN$ auch gleich

$$\frac{DN \,.\, NG}{2} = {}^1/_2\, d^2\, tg\, \delta$$

annehmen läßt, so folgt endlich annähernd, und zwar um so richtiger, je größer die Anzahl der Schaufeln ist,

$$tang\ \lambda = \frac{S + D - F_0}{{}^1/_2\, d^2}.$$

Hiernach ist der Winkel $MCD = \lambda$ bestimmt, welcher dem Anfangspunkte D des Ausgusses entspricht.

Eine Zelle wird ferner das Wasser gänzlich verloren haben, wenn das äußere Schaufelende horizontal liegt; ist daher Winkel CBO, welchen dieses Ende, oder nach Befinden, die ganze Stoßschaufel mit der Richtung des Halbmessers CB einschließt, gleich λ_1, so wird λ_1 auch zugleich den Winkel MCB angeben, welcher den Endpunkt B des Ausgußbogens bestimmt. Um nun die Wirkung des Wassers im Ausgußbogen zu finden, theilen wir die Höhe $KL = a\,(\sin\lambda_1 - \sin\lambda)$ in eine gerade Anzahl n gleicher Theile, geben die den erhaltenen Theilpunkten entsprechenden Schaufelstellungen an, schneiden durch Horizontallinien die Querprofile der Wassermengen der Zelle bei diesen verschiedenen Stellungen ab, und bestimmen die Inhalte $F_1, F_2, F_3 \ldots F_n$ dieser Querprofile. Nun wird der mittlere Werth F dieser Profile durch die Simpson'sche Regel ermittelt, indem man setzt:

$$F = \frac{F_0 + F_n + 4(F_1 + F_3 + \cdots + F_{n-1}) + 2(F_2 + F_4 + \cdots + F_{n-2})}{3\,n},$$

und hieraus erhält man das Verhältniß der mittleren Wassermenge einer Zelle im Ausgußbogen zur Wassermenge einer Zelle vor Anfang des Ausgusses:

$$\xi = \frac{Q_1}{Q} = \frac{F}{F_0} = \frac{F_0 + F_n + 4(F_1 + F_3 + \cdots + F_{n-1}) + 2(F_2 + F_4 + \cdots F_{n-2})}{3\,n\,F_0}.$$

Beispiel. Ein 12 m hohes Wasserrad soll pr. Minute 10 cbm Aufschlagewasser erhalten und innerhalb eben dieser Zeit vier Umdrehungen machen; man sucht die Leistung dieses Rades. Nehmen wir die Radtiefe oder Kranzbreite 0,3 m an, so können wir die Radweite

$$e = \frac{4.10}{3{,}1416.12.0{,}3.4} = 0{,}885 \text{ m}$$

machen; geben wir dem Rade 136 Schaufeln, so erhalten wir das Wasserquantum in einer Zelle:

$$V = \frac{10}{4.136} = 0{,}0184 \text{ cbm} = 18{,}4 \text{ Liter}$$

und demnach den Querschnitt desselben:

$$F_0 = \frac{0{,}0184}{0{,}885} = 0{,}0208 \text{ qm}.$$

Bei der angewandten und aus Fig. 193 zu ersehenden Schaufelconstruction ergiebt sich durch genaue Messung der Inhalt des Segmentes A_0BD, $S = 0{,}0154$ qm, und der des Dreiecks $A_0FD = 0{,}0640$ qm; es folgt daher für den Anfang des Ausgusses:

$$tg\,\lambda = \frac{0{,}0154 + 0{,}0640 - 0{,}0208}{\frac{1}{2}\,0{,}3.0{,}3} = 1{,}3022,$$

also $\lambda = 52^0\,30'$.

Der Winkel, unter welchem das äußere Schaufelende den Halbmesser des Rades trifft, ist $\lambda_1 = 62^0\,30'$, daher die Höhe KA_4 des wasserhaltenden Bogentheiles, in welchem das Ausleeren erfolgt:

$$KA_4 = a\,(\sin\lambda_1 - \sin\lambda) = 6\,(0{,}8870 - 0{,}7934) = 0{,}562 \text{ m}.$$

Verzeichnet man nun innerhalb dieser Höhe noch drei Schaufelstellungen, so findet man durch Messung und Rechnung die Querschnitte der Wasserkörper einer Schaufel bei diesen Stellungen:

$$F_1 = 0{,}0154,\ F_2 = 0{,}0091,\ F_3 = 0{,}0042 \text{ qm}.$$

Da nun noch der Querschnitt am Anfang, $F_0 = 0{,}0208$ und der am Ende $F_4 = 0$ ist, so hat man die Verhältnißzahl:

$$\xi = \frac{0{,}0208 + 4\,(0{,}0154 + 0{,}0042) + 2.0{,}0091}{3.4.0{,}0208} = \frac{1174}{2496} = 0{,}470.$$

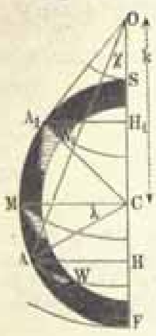
Wäre nun noch die Höhe des obersten Wasserspiegels über der Radmitte M, $a_1 \cos\theta_1 = 5{,}4$ m, so würde die Leistung des Wasserrades durch das Gewicht des Wassers, ohne Rücksicht auf den Stoß und auf die Zapfenreibung nach (4) in §. 65 betragen:

$$L = [a_1 \cos\theta_1 + a\,[\sin\lambda + \xi\,(\sin\lambda_1 - \sin\lambda)]]\ Q\gamma$$
$$= [5{,}4 + 6\,(0{,}793 + 0{,}470.0{,}094)]\,\frac{10}{60}\,1000 = 1737 \text{ mkg}$$
$$= 23{,}16 \text{ Pferdekräfte}.$$

Anmerkung. Die Höhe des wasserhaltenden Bogens von Wasserspiegel zu Wasserspiegel zu messen, ist nur annähernd richtig; eigentlich hat man dieselbe vom Schwerpunkt zum Schwerpunkt des Wassers in einer Zelle zu nehmen.

Einfluss der Centrifugalkraft. Bei gleicher Umfangsgeschwindigkeit haben kleine Räder eine größere Umdrehungszahl als große; überdies §. 67.
erfordert es oft der gleichförmige Gang oder der Zweck der Maschinen, z. B. bei Sägemühlen, Hammerwerken u. s. w., kleinen Rädern eine größere Geschwindigkeit zu geben. Aus diesen Gründen machen kleine Räder oft eine große Anzahl (25) von Umdrehungen in der Minute. Bei diesem großen Werthe von n fällt aber die Centrifugalkraft des Wassers in den Zellen so groß aus, daß die Neigung der Oberfläche desselben gegen den Horizont (s. Thl. I) sehr bedeutend wird, und daher ein viel zeitigeres Austreten erfolgt, als wenn das Rad langsam umginge. Wir haben an dem citirten Orte gefunden, daß die Oberflächen des Wassers in den Radzellen lauter concentrische Cylindermäntel bilden, deren gemeinschaftliche Axe O, Fig. 194, parallel mit der Radaxe läuft und um die Höhe

Fig. 194.



$$CO = k = \frac{g}{\omega^2} = g\left(\frac{30}{\pi n}\right)^2 = \frac{894{,}6}{n^2} \text{ m} \quad (1)$$

über der Radaxe C steht. Es wächst also dieser Abstand umgekehrt wie das Quadrat der Umdrehungszahl, und fällt bei einer großen Umdrehungszahl ziemlich klein aus. Man findet nun sogleich, daß nur im Radscheitel S und im Radfuße F der Wasserspiegel horizontal ist, daß er dagegen an einer gewissen Stelle oberhalb des Radmittels M am meisten vom Horizonte abweicht. Es ist die Abweichung $HAW = AOC = \chi$ für irgend einen Punkt A, welcher um $ACM = \lambda$ unter dem Radmittel steht,

$$tang\, \chi = \frac{AH}{OH} = \frac{a \cos \lambda}{k + a \sin \lambda} \quad \ldots \ldots \quad (2)$$

Für einen Punkt A_1 oberhalb M ist λ negativ, daher:

$$tang\, \chi = \frac{a \cos \lambda}{k - a \sin \lambda} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (2^a)$$

Legt man von O aus eine Tangente OA_1 an den Radumfang, so erhält man im Berührungspunkte A_1 diejenige Stelle, wo der Wasserspiegel am meisten vom Horizonte abweicht, wo also χ ein Maximum, und zwar $= \lambda$ ist, und durch

$$\sin \chi = \frac{a}{k} = \frac{\pi^2 a n^2}{900\, g} = \frac{a n^2}{895} \quad \ldots \ldots \quad (3)$$

bestimmt wird.

Es nimmt also die Neigung χ des Wasserspiegels mit dem Radhalbmesser a und dem Quadrate der Umdrehungszahl n proportional zu.

Beispiel. 1. Für ein Rad, welches in der Minute fünf Umdrehungen macht, ist $k = \frac{894{,}6}{25} = 35{,}78$ m, wäre nun noch der Radhalbmesser $a = 5$ m, und der Ausgußwinkel $\lambda = 50^0$, so hätte man für die Ausgußstelle:

$$tang\, \chi = \frac{5 \cos 50^0}{35{,}78 + 5 \sin 50^0} = 0{,}0811,$$

daher $\chi = 4^0\, 38'$; es wiche also an diesem Punkte der Wasserspiegel beinahe $4\frac{2}{3}{}^0$ vom Horizonte ab.

2. Für ein Rad mit 20 Umdrehungen hat man:

$$k = \frac{894{,}6}{400} = 2{,}237 \text{ m};$$

ist nun noch $a = 1{,}5$ m und $\lambda = 0^0$, so hat man:

$$tang\, \chi = \frac{1{,}5}{2{,}237} = 0{,}6705, \text{ daher } \lambda = 33^0\, 50'.$$

Die größte Abweichung findet sich durch $\sin \chi = \frac{1{,}5 \,.\, 400}{894{,}6} = 0{,}6705$ zu $\chi = 42^0\, 6'$ in demselben Winkelabstande oberhalb des Radmittels.

Wenn wir nun den Einfluß der Centrifugalkraft berücksichtigen, was bei schnell umlaufenden Wasserrädern unbedingt nothwendig ist, so müssen die oben gefundenen Formeln für den Ausgußbogen durch andere ersetzt werden.

Es sei A_0, Fig. 195 (a. f. S.), die Anfangsstelle des Ausgusses, $MCA_0 = H_0 A_0 C = \lambda$ der Ausgußwinkel, $H_0 A_0 W_0 = A_0 O C = \chi$ die Depression des Wasserspiegels unter dem Horizonte, also:

$$G_0 A_0 W_0 = \lambda + \chi$$

und

$$\triangle\, A_0 G_0 W_0 = \tfrac{1}{2} d^2\, tang\,(\lambda + \chi).$$

Setzen wir nun wieder den Inhalt des Segmentes $A_0 B_0 D_0 = S$, den des Dreiecks $A_0 G_0 D_0 = D$, und den Querschnitt des Wasserkörpers $= F_0$, so erhalten wir:

$$F_0 + \tfrac{1}{2} d^2\, tang\,(\lambda + \chi) = S + D,$$

und daher:

$$tang\,(\lambda + \chi) = \frac{S + D - F_0}{\tfrac{1}{2} d^2} \quad \ldots \ldots \quad (4)$$

Noch ist aber

$$\frac{\sin A_0 O C}{\sin O A_0 C} = \frac{CA_0}{CO},$$

d. i.:

$$\frac{\sin \chi}{\sin\,[90^0 - (\lambda + \chi)]} = \frac{a}{k},$$

daher folgt dann:

$$\sin \chi = \frac{a \cos (\lambda + \chi)}{k} \quad \ldots \ldots \quad (5)$$

Nachdem man durch die erste Formel $\lambda + \chi$ und durch die zweite die Depression χ gefunden hat, erhält man durch Subtraction dieser beiden Winkel von einander den Ausgußwinkel:

$$\lambda = (\lambda + \chi) - \chi.$$

Am Ende A_1 des Ausgußbogens fällt das äußere Schaufelende mit dem Wasserspiegel $A_1 W_1$ zusammen, es ist also dort $CA_1 W_1 = \lambda_1 + \chi_1$ gleich dem bekannten, durch die Schaufeldeckung bestimmten Winkel $\delta = 90^0 - \beta$, daher:

$$\sin \chi_1 = \frac{a \cos \delta}{k} = \frac{a \sin \beta}{k},$$

und

$$\lambda_1 = \delta - \chi_1 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (6)$$

d. i. der Winkel, um welchen das Ende A_1 des Ausgußbogens vom Radmittel M absteht.

Wenn man nun die auf diese Weise sich herausstellende Höhe

$$H_0 H_1 = h_4 = a\,(\sin \lambda_1 - \sin \lambda),$$

Fig. 195, des Ausgußbogens in eine gerade Anzahl (4 oder 6) gleicher Theile theilt, und die Schaufelfüllungen für die entsprechenden Schaufelstellen ermittelt, so kann man wieder das Verhältniß

$$\xi = \frac{Q_1}{Q} = \frac{F}{F_0}$$

der mittleren Schaufelfüllung während des Ausgießens zur Füllung vor dem Ausgießen finden, und hiernach die Wirkung des Wassers im Ausguß-

Fig. 195.

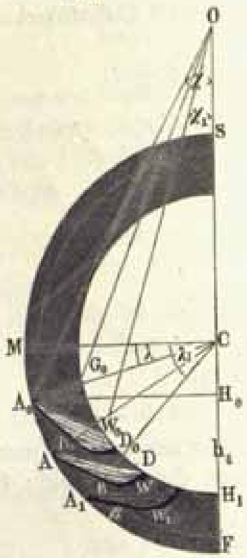
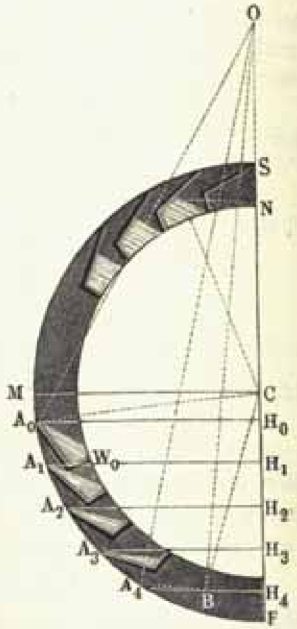


Fig. 196.



bogen berechnen. Hierbei sind natürlich die obigen Formeln umgekehrt zu gebrauchen. Es ist hier λ gegeben, hiernach

$$tang\,\chi = \frac{a \cos \lambda}{k + a \sin \lambda} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

und

$$F = S + D - \tfrac{1}{2} d^2\, tang\,(\lambda + \chi) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Füllt das Wasser nicht mehr das ganze Segment aus, ist also $F < S$, also

$$\tfrac{1}{2} d^2\, tang\,(\lambda + \chi) > D,$$

so hat man zu setzen

$$F = \text{Segment } ABD - \triangle ADW,$$

und bei geraden Schaufeln

$$F = S - \tfrac{1}{2} s^2 \frac{\sin(\lambda + \chi - \delta) \sin \delta_1}{\sin(\lambda + \chi)} \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

wo s die Diagonale AD, und δ_1 den Winkel DAC bezeichnet, welchen dieselbe mit dem Halbmesser AC einschließt.

Beispiel. Das kleine hölzerne Wasserrad in Fig. 196 hat 4 m Höhe, 0,3 m Tiefe, 1,2 m Weite und nimmt bei 17 Umläufen pr. Minute 36 cbm Aufschlag auf, man sucht die mechanische Leistung desselben. Es ist hier:

$$a = 2,\ d = 0{,}3,\ e = 1{,}2,\ a_1 = 1{,}85,\ Q = \frac{36}{60} = 0{,}6 \text{ und } n = 17;$$

giebt man nun dem Rade 24 Schaufeln, so hat man:

$$\varphi^0 = \frac{360^0}{24} = 15^0 \quad \text{und} \quad F_0 = \frac{36}{24\,.\,17\,.\,1{,}2} = 0{,}0735 \text{ qm}.$$

Ist ferner $D = 0{,}067$ und $S = 0{,}040$ qm, so hat man nach (4):

$$tang\,(\lambda + \chi) = \frac{0{,}067 + 0{,}040 - 0{,}0735}{\frac{1}{2} \cdot 0{,}09} = 0{,}744,$$

daher

$$\lambda + \chi = 36^0\, 40'.$$

Nun ist

$$CO = k \doteq \frac{894{,}6}{17\,.\,17} = 3{,}096 \text{ m},$$

daher nach (5):

$$\sin \chi = \frac{2 \cos 36^0\, 40'}{3{,}096} = 0{,}5181,$$

hiernach

$$\chi = 31^0\, 12' \text{ und } \lambda = 5^0\, 28'.$$

Es fängt hier also der Ausguß schon $5\tfrac{1}{2}^0$ unter dem Radmittel an. Um die Stelle zu finden, wo der Ausguß beendet ist, hat man in dem vorliegenden Falle, wo sich noch etwas Wasser in der Zelle erhält, wenn auch der Wasserspiegel das äußere Ende der Schaufel berührt, in der Formel (6):

$$\sin \chi_1 = \frac{a \sin \beta}{k}$$

statt a den Theilkreishalbmesser $a_1 = 1{,}85$ und statt β den Eintrittswinkel, welcher hier $= 10^0\, 46'$ beträgt, zu setzen. Es ist sonach:

$$\sin \chi_1 = \frac{1{,}85\,.\,\sin 10^0\, 46'}{3{,}096} = 0{,}1115 = \sin 6^0\, 25',$$

daher der zweite Ausgußwinkel:

$$\lambda_1 = 90^0 - 10^0\, 46' - 6^0\, 25' = 72^0\, 49'.$$

Hiernach ist nun die Höhe des Ausgußbogens:

$$h_4 = a_1 \sin \lambda_1 - a \sin \lambda = 1{,}85 \sin 72^0\, 49' - 2 \sin 5^0\, 28'$$
$$= 1{,}769 - 0{,}190 = 1{,}579 \text{ m}.$$

Diese Höhe theilen wir in vier gleiche Theile, und bestimmen nun durch Zeichnung, genaue Messung und Rechnung noch die entsprechenden drei Zwischenwerthe von F. Die erlangten Ergebnisse sind: $F_1 = 0{,}0555$ qm, $F_2 = 0{,}0464$ qm, $F_3 = 0{,}0216$ qm, daher das gesuchte Querschnittsverhältniß:

$$\xi = \frac{F}{F_0} = \frac{0{,}0735 + 4\,(0{,}0555 + 0{,}0216) + 2\,.\,0{,}0464}{12\,.\,0{,}0735} = 0{,}538,$$

und die mechanische Arbeit des Wassers beim Herabsinken im Ausgußbogen:

$$L_4 = \xi h_4 Q \gamma = 0{,}538 . 1{,}579 . 0{,}6 . 1000 = 510 \text{ mkg.}$$

Fiele das Wasser mit 6,5 m Geschwindigkeit 20° unter dem Radscheitel so ein, daß seine Richtung um 25° von der Tangente am Eintrittspunkte abwiche, so hätte man noch die übrige Druckwirkung [s. (4) in §. 65]:

$$L_3 = (1{,}85 \cos 20^0 + 2 \sin 5^0 28') \, 0{,}6 . 1000 = 1157 \text{ mkg}$$

und die Stoßwirkung, da die Geschwindigkeit im Theilrisse

$$v_1 = \frac{2 . 1{,}85 . \pi . 17}{60} = 3{,}293 \text{ m}$$

ist, nach (3) in §. 64:

$$L_1 = 102 \, (6{,}5 \cos 25^0 - 3{,}293) \, 3{,}293 . 0{,}6 = 524 \text{ mkg.}$$

Demnach wäre die ganze Leistung dieses Rades:

$$L = L_1 + L_3 + L_4 = 2191 \text{ mkg} = 29{,}2 \text{ Pferdekräfte.}$$

§. 68. **Stärke der Radarme.** Von der Größe und Art der Wirkung eines Wasserrades hängen auch die erforderlichen Querschnittsdimensionen der Radarme, sowie die Stärke der Welle und die der Wellenzapfen ab. Um diese Raddimensionen zu ermitteln, hat man vorzüglich Thl. I, Abschnitt IV, sowie Thl. III, 1, Capitel 1, zu Rathe zu ziehen.

In der Regel wird die Kraft des Wasserrades durch ein Zahnrad weiter fortgepflanzt, und dasselbe sitzt entweder

1. auf der Wasserradwelle, oder
2. auf einem der Armsysteme (Armgeviere), oder
3. an einem der Radkränze fest.

Im ersteren Falle wird die Kraft des Wassers durch die Radarme auf die Welle und von dieser wieder auf das Transmissionsrad übertragen; im zweiten Falle geht hingegen die Wasserkraft nur mittelst der Radarme auf das Transmissionsrad über, und im dritten Falle erfolgt die Uebertragung der Wasserkraft fast unmittelbar. Der erstere Fall ist bei weitem der häufigere, um so mehr, da hierzu auch die Fälle zu rechnen sind, wo die Transmission nicht durch Zahnräder, sondern durch Trommeln, Kurbeln u. s. w. erfolgt.

Bezeichnet m die Anzahl der Arme des Wasserrades, ferner b_1 die Breite und h_1 die Dicke eines Armes, jene parallel zur Radaxe und diese parallel zum Radumfange gemessen, so hat man in der aus Thl. I bekannten Formel

$$Pl = b_1 h_1^2 \frac{s}{6},$$

für P die Kraft $\frac{P}{m}$, für die Länge l den Radhalbmesser a und für s die höchstens zulässige Materialspannung pro Flächeneinheit zu setzen, und erhält damit

$$\frac{Pa}{m} = 9{,}549 \frac{L}{mn} = b_1 h_1^2 \frac{s}{6},$$

wenn L die Leistung in Meterkilogrammen pro Secunde und n wie bisher die Umdrehungszahl in der Minute bedeutet. Ist nun noch das Dimensionsverhältniß $\frac{b_1}{h_1} = \mu$ ein bestimmtes, z. B. bei Holz $= 5/7$ und bei Gußeisen $1/5$, so erhält man hiernach für die gesuchte Dicke der Radarme:

$$h_1 = \sqrt[3]{\frac{6}{\mu s} \frac{Pa}{m}} = \sqrt[3]{\frac{6}{\mu s} 9{,}549 \frac{L}{mn}} = 3{,}86 \sqrt[3]{\frac{L}{\mu s m n}}.$$

Drückt man, wie gewöhnlich, a in Metern und L in Pferdekräften (jede zu 75 Meterkilogrammen) aus, so erhält man:

$$h_1 = 1{,}817 \sqrt[3]{\frac{Pa}{\mu s m}} = 16{,}26 \sqrt[3]{\frac{L}{\mu s m n}} \text{ m.}$$

Nimmt man nun noch für Holz $\mu = 5/7$ und $s = 0{,}75$ kg pro Quadratmillimeter, so erhält man für hölzerne Arme

$$h_1 = 1{,}817 \sqrt[3]{\frac{7 . Pa}{5 . 750\,000 . m}} = 0{,}0224 \sqrt[3]{\frac{Pa}{m}}$$

$$= 16{,}26 \sqrt[3]{\frac{7 . L}{5 . 750\,000 . mn}} = 0{,}20 \sqrt[3]{\frac{L}{mn}} \text{ m.}$$

Der Sicherheit wegen, und weil die Arme auch noch das Gewicht des Rades aufnehmen müssen, nimmt man in der Ausführung reichlich das Doppelte, und setzt hiernach:

$$h_1 = 0{,}045 \sqrt[3]{\frac{Pa}{m}} = 0{,}4 \sqrt[3]{\frac{L}{mn}} \text{ m.}$$

Nimmt man dagegen für Gußeisen $\mu = 1/5$ und $s = 5$ kg an, so erhält man für gußeiserne Arme:

$$h_1 = 1{,}817 \sqrt[3]{\frac{5 . Pa}{5 . 1\,000\,000 . m}} = 0{,}018 \sqrt[3]{\frac{Pa}{m}}$$

$$= 0{,}163 \sqrt[3]{\frac{L}{mn}} \text{ m.}$$

In der Praxis nimmt man nahe das Doppelte an, nämlich:

$$h_1 = 0{,}035 \sqrt[3]{\frac{Pa}{m}} = 0{,}3 \sqrt[3]{\frac{L}{mn}} \text{ m.}$$

Beispiel. Wenn ein hölzernes oberschlächtiges Wasserrad mit 16 Armen in der Minute fünf Umdrehungen machen, und eine Leistung von 20 Pferdekraft aufnehmen und mittelst seiner Welle fortpflanzen soll, so müssen dessen Arme folgende Querschnittsdimensionen erhalten:

$$h_1 = 0{,}4\sqrt[3]{\frac{L}{m\,n}} = 0{,}4\sqrt[3]{\frac{20}{16\,.\,5}} = 0{,}252 \text{ m}$$

und $$b_1 = \mu h_1 = \frac{5}{7}\,0{,}252 = 0{,}180 \text{ m}.$$

Nach den äußeren Enden zu können natürlich diese Dimensionen etwas abnehmen.

Wenn die Kraft eines oberschlächtigen Wasserrades durch ein am Radumfange angebrachtes Zahnrad fortgepflanzt wird, so haben die Radarme hauptsächlich nur das Gewicht des Rades zu tragen, und es ist daher in diesem Falle die Stärke der Arme fast nur von dem Radgewichte abhängig. Da während einer Umdrehung des Rades die Arme desselben nach und nach in alle möglichen Stellungen gegen die Richtung der Schwere kommen, so ist auch die Kraft, welche ein Radarm hierbei aufzunehmen hat, veränderlich, und es sind daher bei Bestimmung des Querschnittes eines Armes verschiedene Stellungen in Betracht zu ziehen. Setzen wir zunächst ein Armsystem mit sechs Armen CB, CD, $CE\ldots$, Fig. 197 und Fig. 198, sowie eine vollkommene Starrheit des Radkranzes voraus. Bei der Stellung in Fig. 197 sind zwei Arme CB, CB, vertical, und vier Arme, CD, CE u. s. w., unter 30 Grad gegen den Horizont geneigt. Der aufwärts gerichtete Arm widersteht durch seine Druck-, der abwärts gerichtete Arm durch seine Zug-, und die übrigen Arme widerstehen durch ihre zusammengesetzte Festigkeit, und zwar die Arme CD, CD durch Druck- und Biegungs-, dagegen die Arme CE und CE durch Zug- und Biegungsfestigkeit. Da die Widerstände des Druckes und des Zuges dem Rade nur

Fig. 197.

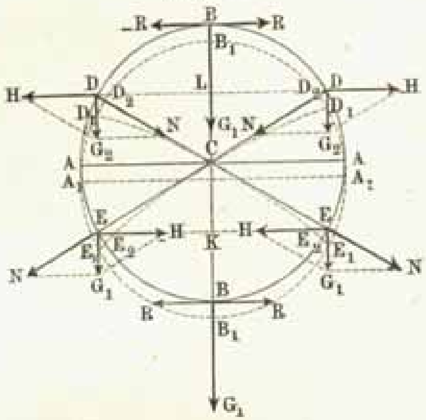
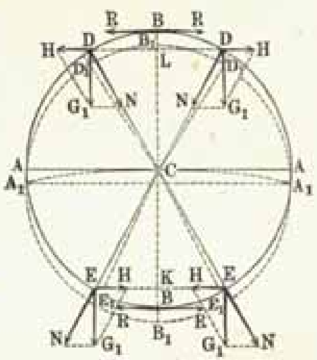


Fig. 198.



eine sehr kleine verticale Senkung gestatten, so sind auch die Biegungen der Arme sehr klein, und wir können deshalb die Kraft, welche die Biegung aufnimmt, ganz außer Betracht lassen.

Es sei G derjenige Theil des Radgewichtes, welchen das in Betrachtung zu ziehende Armsystem auf die Welle C überzutragen hat, ferner G_1 der Theil des Gewichtes, welchen jeder der beiden verticalen Arme, und G_2 der Theil, welchen jeder der geneigten Arme aufnimmt. Die letztere Kraft zerlegt sich in eine horizontale Kraft:

$$H = G_2 \operatorname{tang} 60^0 = G_2\sqrt{3},$$

und in eine Kraft nach der Richtung des Armes:

$$N = \frac{G_2}{\cos 60^0} = 2\,G_2.$$

Da sich die Horizontalkräfte H, $H\ldots$ gegenseitig im Rade aufheben, so kann natürlich das letztere in Folge der Elasticität der Radarme nur senkrecht, und zwar um die Größe $BB_1 = DD_1 = EE_1 \ldots = \sigma$ sinken. Nun entspricht aber der Senkung $DD_1 = EE_1\ldots$ der Armenden $D, E\ldots$ die Verkürzung oder Ausdehnung

$$DD_2 = E_1E_2 = DD_1 \cos D_1DD_2 = \sigma\cos 60^0 = {}^1/_2\,\sigma;$$

es ist daher auch die Kraft N in der Richtung der Arme CD, $CE\ldots$ die Hälfte der Kraft G_1 des sich um σ verkürzenden Armes CB, sowie auch des sich um σ ausdehnenden Armes CB, und folglich

$$G_2 = {}^1/_2\,N = {}^1/_4\,G_1$$

zu setzen.

Führen wir diesen Werth in die Gleichung $2\,G_1 + 4\,G_2 = G$ ein, so erhalten wir

$$G_1 = {}^1/_3\,G \text{ und } G_2 = {}^1/_{12}\,G.$$

Bezeichnet endlich F den Querschnitt eines Radarmes und s die zulässige Materialspannung desselben, so erhalten wir hiernach:

$$F = \frac{G_1}{s} = \frac{G}{3\,s},$$

sowie:

$$F = \frac{N}{s} = \frac{2\,G_2}{s} = \frac{G}{6\,s}.$$

Es ist natürlich der erstere Querschnitt in Anwendung zu bringen.

Bei der Armstellung in Fig. 198, wo zwei Arme CA, CA horizontal sind, werden nur die vier Arme CD, CD und CE, CE der Druck- und Zugfestigkeit ausgesetzt, und es ist die Druck- oder Zugkraft:

$$N = \frac{G_1}{\cos 30^0} = G_1\sqrt{{}^4/_3} = \frac{G}{4}\sqrt{{}^4/_3},$$

folglich der entsprechende Armquerschnitt:

$$F = \frac{N}{s} = \frac{G}{4s}\sqrt{4/3} = \frac{G}{3,464\,s},$$

also kleiner als für die Stellung in Fig. 197.

Der anzuwendende Armquerschnitt bleibt also

$$F = \frac{G}{3s}.$$

Bei Anwendung von nur vier Armen ist

$$F = \frac{G}{2s},$$

sowie bei Anwendung von acht Armen

$$F = \frac{G}{4s}$$

zu setzen, wie durch eine ähnliche Untersuchung leicht gefunden werden kann.

Ist allgemein die Anzahl der Arme eines Rades $= m$ und das ganze Gewicht desselben $= G$, so bestimmt sich hiernach der Querschnitt eines Radarmes einfach durch die Formel

$$F = \frac{2G}{ms}.$$

Für hölzerne Arme wäre nach Thl. I, $s = 1,8$ kg pro Quadratmillimeter Querschnitt, dagegen für gußeiserne, $s = 6,67$ kg und für schmiedeeiserne $s = 13,13$ kg anzunehmen, da sich aber lange Arme auch durch Druckkräfte leicht biegen und die Spannung derselben während einer Umdrehung sich unaufhörlich verändert, so ist von dem ersten Werthe nur der zehnte und von den letzteren Werthen nur der fünfte Theil in Anwendung zu bringen, und hiernach für hölzerne Arme

$$F = \frac{2G}{0,18\,m} = 11\,\frac{G}{m}\ \text{qmm}$$

und dagegen für gußeiserne Arme

$$F = \frac{2G}{1,33\,m} = 1,5\,\frac{G}{m}\ \text{qmm}$$

und für schmiedeeiserne

$$F = \frac{2G}{2,62\,m} = 0,75\,\frac{G}{m}\ \text{qmm}$$

zu setzen.

Sind die Radkränze eines Wasserrades durch schmiedeeiserne Spannstangen mit der Welle fest verbunden, so wird das Rad nur von denjenigen Armen oder Stangen, welche abwärts gerichtet sind, getragen, da solche Stangen gegen biegende Momente einen nennenswerthen Widerstand nicht zu äußern vermögen. Es ist daher dann

$$G_1 = {}^2/_3\,G \text{ und } G_2 = {}^1/_6\,G,$$

sowie auch N und F doppelt so groß als bei einem steifen Armsystem.

Anmerkung. Mit Hülfe der vorstehenden Theorie läßt sich auch die erforderliche Stärke eines Radkranzes ermitteln. Jede Radhälfte wird von einem Kräftepaar $(H, -H)$ ergriffen, welches in den Punkten B, B Spannungen R, $-R$ hervorbringt, denen der Radkranz durch seine Festigkeit widerstehen muß. Setzt man das Moment $R.2a$ des Paares $R, -R$, dem Momente Ha des Paares $H, -H$ gleich, so erhält man

$$R = {}^1/_2\,H = {}^1/_2\sqrt{3}\,G_2 = {}^1/_{24}\sqrt{3}\,G = 0,072\,G$$

und daher den nöthigen Querschnitt des Radkranzes: $bd = \frac{R}{s}$, so wie die Dicke desselben:

$$d = \frac{0,072\,G}{bs}.$$

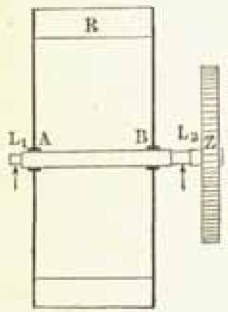
Um einen möglichst steifen Radkranz zu erhalten, kann man:

für hölzerne Kränze . . . . $s = 0,04$ kg
" gußeiserne Kränze . . . . $s = 0,3$ " und
" schmiedeeiserne Kränze . . . . $s = 0,5$ "

pro Quadratmillimeter Querschnittsfläche annehmen.

Stärke der Wasserradwelle. Die Stärke der Wasserradwelle be- §. 69.
stimmt sich wie diejenige einer Transmissionswelle mit Rücksicht auf das Torsionsmoment und wie diejenige einer Tragaxe, welche durch das Eigengewicht des Wasserrades belastet ist. Streng genommen ist die Welle unter Berücksichtigung beider Anstrengungen nach den Regeln der zusammengesetzten Festigkeit zu bestimmen; in vielen Fällen genügt indessen die Stärkenermittelung entweder mit Rücksicht auf Torsion oder in Bezug auf Bruch.

Fig. 199.



Eine Anstrengung der Welle auf Torsion durch das ganze vom Wasserrade aufgenommene Arbeitsmoment $Pa = 716,2\,\frac{N}{n}$ (s. Thl. III, 1) ist immer vorauszusetzen, wenn die Arbeit des Wasserrades auf die Transmissionswelle durch ein Zahnrad Z übertragen wird, welches außerhalb der Radkränze befindlich ist, Fig. 199. In diesem Falle wirkt das ganze Arbeitsmoment Pa auf das Wellenstück BZ, also auch auf den Zapfen L_2 ein, während das Stück AB nur die Hälfte des Kraftmomentes $\frac{1}{2}\,Pa$ zu übertragen hat, und der Zapfen L_1 gar nicht oder doch nur durch die ganz unbedeutende Zapfenreibung auf Torsion beansprucht wird. Dieser

Zapfen ist daher auf alle Fälle lediglich als Tragzapfen zu berechnen, und es gelten hierfür die in Thl. III, 1 aufgestellten Regeln. Danach ergiebt sich die Stärke d eines Tragzapfens zu

$$d = 2{,}26 \sqrt{P \frac{\lambda}{s}} \text{ mm} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

wenn P den Zapfendruck in Kilogrammen, s die zulässige Materialspannung in Kilogrammen pro Quadratmillimeter und $\lambda = \frac{l}{d}$ das Verhältniß der Zapfenlänge l zum Zapfendurchmesser d bedeutet. Nimmt man wegen der nur geringen Umdrehungszahl der Wasserräder ein durchschnittliches Verhältniß von $\lambda = \frac{l}{d} = 1{,}25$ an, so folgt

für Gußeisen mit $s = 3$ kg; $d = 1{,}45 \sqrt{P}$ mm
" Schmiedeeisen mit $s = 6$ " $d = 1{,}0 \sqrt{P}$ "
" Gußstahl mit $s = 10$ " $d = 0{,}80 \sqrt{P}$ "

Nach dieser Formel ist auch der zweite Zapfen L_2 zu berechnen, wenn, Fig. 200, das Zahnrad Z mit einem Armsystem oder Radkranze B

Fig. 200.

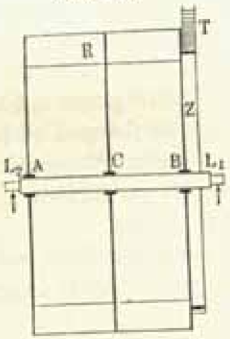
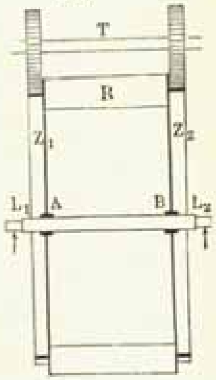


Fig. 201.



direct verbunden ist. Vermöge dieser Anordnung wird beim Vorhandensein von zwei Armsystemen das zwischen diesen befindliche Wellenstück durch $\frac{1}{2} Pa$ auf Torsion beansprucht, während bei Anordnung eines dritten Armsystems C in der Mitte das Wellenstück AC durch $\frac{1}{4} Pa$ und dasjenige CB durch $\frac{3}{4} Pa$ angegriffen wird. Wenn die Kraft durch zwei an den äußeren Radkränzen angebrachte Zahnräder auf zwei Getriebe der Trans-

missionswelle T übertragen wird, Fig. 201 (a. v. S.), so findet eine Beanspruchung der Welle auf Torsion gar nicht statt, und dasselbe würde man auch annehmen dürfen, wenn das übertragende Zahnrad Z an einem zwischen A und B befindlichen Kranze angebracht wäre.

Die mit Rücksicht auf das Torsionsmoment erforderlichen Stärke d einer Wasserradwelle bestimmen sich nach der in Thl. III, 1, für Wellen angegebenen Festigkeitsformel

$$Pa = t \frac{W}{e} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

worin t die höchstens zulässige Schubspannung $t = \frac{4}{5} s$ des Wellenmaterials, e die Entfernung der äußersten Faser von der Mitte und W das polare Trägheitsmoment des Querschnitts bedeuten. Für den kreisförmigen Querschnitt insbesondere, für welchen bei dem Durchmesser d die Größe

$$\frac{W}{e} = \frac{\frac{1}{32} \pi d^4}{\frac{d}{2}} = \frac{\pi d^3}{16}$$

ist, ergab sich an der angezeigten Stelle:

für Schmiedeeisen mit $t = 4{,}8$ kg; $d = 1{,}02 \sqrt[3]{Pa} = 91{,}3 \sqrt[3]{\frac{N}{n}}$ mm
" Gußeisen mit $t = 2{,}4$ kg; $d = 1{,}28 \sqrt[3]{Pa} = 115 \sqrt[3]{\frac{N}{n}}$ "
" Holz mit $t = 0{,}64$ kg; $d = 2{,}0 \sqrt[3]{Pa} = 179 \sqrt[3]{\frac{N}{n}}$ "

In der Praxis macht man hölzerne Wasserradwellen jedoch viel stärker, meist drei- bis viermal so stark als gußeiserne.

Auf den *Verdrehungswinkel* der Wasserradwellen hat man bei deren immer nur geringen Länge keine Rücksicht zu nehmen und daher nur die oben angeführte Festigkeitsformel, nicht aber die Elasticitätsformel der Torsion in Anwendung zu bringen. In welcher Weise man bei anderen als kreisförmigen Querschnitten, z. B. bei vierkantigen, gerippten oder hohlen Wellen, das polare Trägheitsmoment W der Formel (2) zu bestimmen hat, ist aus Thl. I bekannt.

Die Stärke der Welle mit Rücksicht auf ihre Biegungsfestigkeit bestimmt sich in jedem Falle nach der Fundamentalformel der relativen Festigkeit:

$$M = \frac{T}{e} s \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

unter M das biegende Moment der äußeren Kräfte, unter T das Trägheitsmoment des Querschnitts, dessen äußerste Faser den Abstand e von der neutralen Axe hat und unter s wieder die höchstens zulässige specifische Faserspannung verstanden. In welcher Weise für jeden Punkt der Welle die Größe des biegenden Momentes M ermittelt werden kann, und wie man sich hierzu mit Vortheil der graphischen Methoden bedienen kann, ist in Thl. III, 1, gelegentlich mehrfach gezeigt worden, so daß auf jene Stelle verwiesen werden kann.

Wenn es für die Bestimmung der Wellenstärke auch meistens genügen wird, die größere der beiden, bezw. für Torsion und Biegung erforderlichen Stärken anzunehmen, so kann es doch, besonders in dem Falle, wo die beiden bezüglichen angreifenden Momente nicht sehr von einander in der Größe verschieden sind, geboten erscheinen, die Dimensionen mit Bezug auf die zusammengesetzte Beanspruchung auf Verdrehung und Biegung festzustellen, und man hat sich in diesem Falle der aus Thl. I bekannten Formel zu bedienen:

$$s\,\frac{T}{e} = \frac{3}{8}\,M_b + \frac{5}{8}\sqrt{M_b^2 + M_d^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

worin M_b das auf Biegung und M_d das auf Verdrehung wirkende Moment vorstellt, und s, T und e dieselbe Bedeutung wie vorstehend haben. In Bezug auf die graphische Ermittelung der Anstrengungen, welchen die Wasserradwelle durch die biegenden und verdrehenden Momente ausgesetzt ist, kann hier auf das in Thl. III, 1, angeführte Beispiel eines oberschlächtigen Wasserrades verwiesen werden.

Anmerkung. In Thl. I wurde für einen gleichzeitig durch das Torsionsmoment $M_d = Pa$ und das Biegungsmoment $M_b = Ql$ beanspruchten Balken die angenäherte Formel

$$\frac{M_d}{k}\,\frac{e}{2\,T} = \sqrt{1 - \frac{M_b}{k}\,\frac{e}{T}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

gefunden, worin k die hier mit s bezeichnete zulässige Faserspannung und T das Trägheitsmoment des Querschnitts bedeutet. Für den kreisförmigen Querschnitt vom Durchmesser d ist

$$T = \frac{\pi d^4}{64}$$

und

$$e = \frac{d}{2},$$

daher

$$\frac{T}{e} = \frac{\pi d^3}{32}$$

und man erhält mit diesen Werthen die Gleichung:

$$\frac{16\,M_d}{s\pi d^3} = \sqrt{1 - \frac{32\,M_b}{s\pi d^3}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Hieraus folgt ohne Rücksicht auf Biegung, d. h. mit $M_b = 0$ die Wellenstärke

$$d_1 = \sqrt[3]{\frac{16\,M_d}{s\pi}}$$

und ohne Rücksicht auf Verdrehung, d. h. mit $M_d = 0$ die Wellenstärke

$$d_2 = \sqrt[3]{\frac{32\,M_b}{s\pi}},$$

daher kann man auch obige Gleichung (6) schreiben:

$$\left(\frac{d_1}{d}\right)^3 = \sqrt{1 - \left(\frac{d_2}{d}\right)^3} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

und hieraus findet sich entweder

$$d = \frac{d_1}{\sqrt[6]{1 - \left(\frac{d_2}{d}\right)^3}} \text{ annähernd } = d_1\left[1 + \frac{1}{6}\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^3\right] \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

oder

$$d = \frac{d_2}{\sqrt[3]{1 - \left(\frac{d_1}{d}\right)^6}} \text{ annähernd } = d_2\left[1 + \frac{1}{3}\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^6\right] \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

von welchen Formeln (8) oder (9) dienen kann, d aus d_1 und d_2 zu berechnen, je nachdem d_1 oder d_2 den größeren Werth hat.

Beispiele. 1. Wenn ein oberschlächtiges Wasserrad von 8 m Höhe bei 5 Umdrehungen per Minute eine Leistung von 20 Pferdekräften verrichtet, und die Transmission seiner Kraft durch ein auf seiner gußeisernen Welle sitzendes Zahnrad erfolgt, so ist die erforderliche Stärke dieser Welle mit Rücksicht auf ihre Torsionsfestigkeit

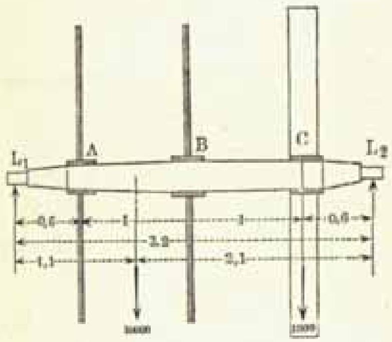
$$d = 115\sqrt[3]{\frac{20}{5}} = 182 \text{ mm.}$$

Für eine hölzerne Welle würde die Stärke

$$d = 179\sqrt[3]{\frac{20}{5}} = 284 \text{ mm}$$

genügen, man würde derselben aber eine Stärke von etwa 0,6 m geben.

Fig. 202.



2. Eine Wasserradwelle hat die Länge zwischen den Zapfen $L_1 L_2 = 3{,}2$ m, Fig. 202, und das Gewicht 1500 kg. Dieselbe trägt in A und B die Armsysteme eines 1 m breiten Wasserrades von 10000 kg Gewicht, und in C ein Zahnrad von 1000 kg. Wenn nun die Abstände $A L_1 = C L_2 = 0{,}6$ m sind, wie groß sind die Zapfendrucke und Biegungsmomente?

Ohne Rücksicht auf den Druck Z am Umfange des Zahnrades hat man den Auflagerdruck in

$$L_1 \text{ zu } \frac{1500}{2} + 10\,000\,\frac{2,1}{3,2} + 1000\,\frac{0,6}{3,2} = 7500 \text{ kg}$$

und in

$$L_2 \text{ zu } \frac{1500}{2} + 10\,000\,\frac{1,1}{3,2} + 1000\,\frac{2,6}{3,2} = 5000 \text{ kg}.$$

Wenn das Rad bei 5 Umdrehungen pro Minute 24 Pferdekräfte überträgt, und das Zahnrad C einen Durchmesser von 3 m hat, so ergiebt sich der Druck Z am Umfange des Zahnrades zu

$$Z = \frac{24\,.\,60\,.\,75}{5\,.\,\pi\,.\,3} = 2290 \text{ kg}.$$

Nimmt man an, daß dieser Räderdruck ebenfalls vertical abwärts auf die Wasserradwelle gerichtet ist, was der Fall ist, wenn die Transmissionswelle mit der Wasserradwelle in gleicher Höhe liegt, so werden durch Z die Zapfendrucke noch gesteigert um

$$2290\,\frac{0,6}{3,2} = 430 \text{ kg in } L_1$$

und

$$2290\,\frac{2,6}{3,2} = 1860 \text{ kg in } L_2,$$

so daß man nun die Zapfendrucke hat

$$L_1 = 7500 + 430 = 7930 \text{ kg}$$

und

$$L_2 = 5000 + 1860 = 6860 \text{ kg}.$$

Man erhält hiermit das Biegungsmoment in A, B und C bezw. zu:

$$M_a = L_1\,0,6 - \frac{1500}{3,2}\,\frac{0,6^2}{2} = 4674 \text{ mkg},$$

$$M_b = L_1\,1,6 - 5000\,.\,1 - \frac{1500}{3,2}\,\frac{1,6^2}{2} = 7088 \text{ mkg}.$$

$$M_c = L_2\,0,6 - \frac{1500}{3,2}\,\frac{0,6^2}{2} = 4032 \text{ mkg}.$$

Man erhält daher nach (4) für die Stelle C, für welche das Torsionsmoment

$$M_d = Z\,.\,1,5 = 2290\,.\,1,5 = 3435 \text{ mkg}$$

ist:

$$s\,\frac{T}{e} = \frac{3}{8}\,M_c + \frac{5}{8}\sqrt{M_c^2 + M_d^2} = \frac{3}{8}\,4032 + \frac{5}{8}\sqrt{4032^2 + 3435^2}$$

$$= 1512 + 3310 = 4822 \text{ mkg},$$

während für die Stelle B, für welche nur die Hälfte der Kraft, also ein Moment von 1718 mkg auf Torsion wirkt:

$$s\,\frac{T}{e} = \frac{3}{8}\,7088 + \frac{5}{8}\sqrt{7088^2 + 1718^2} = 2658 + 4558 = 7216 \text{ mkg ist.}$$

Mit $s = 6$ kg pro Quadratmillimeter für Schmiedeeisen und $\frac{T}{e} = \frac{\pi d^3}{32}$ erhält man die erforderliche Stärke an der Stelle C

$$d_c = \sqrt[3]{\frac{32\,.\,4822}{\pi\,.\,6\,.\,1\,000\,000}} = 0,201 \text{ m}$$

und bei B

$$d_b = \sqrt[3]{\frac{32\,.\,7216}{\pi\,.\,6\,.\,1\,000\,000}} = 0,231 \text{ m}.$$

Die Stärke der Welle bei A und rechts von C bestimmt sich mit Rücksicht auf Bruch durch

$$\frac{\pi d^3}{32}\,s = M_a = 4674 \text{ zu } d = \sqrt[3]{\frac{32}{\pi\,.\,6}\,\frac{4674}{1\,000\,000}} = 0,199 \text{ m bei } A$$

und

$$d = \sqrt[3]{\frac{32}{\pi\,.\,6}\,\frac{4032}{1\,000\,000}} = 0,190 \text{ m bei } C.$$

Endlich folgt die nöthige Stärke der nur auf Bruch beanspruchten Zapfen nach (1)

$$d = 1,0\,\sqrt{L_1} = \sqrt{7930} = 89 \text{ mm in } L_1$$

und

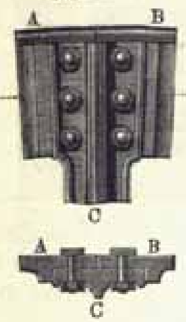
$$d = 1,0\,\sqrt{6860} = 83 \text{ mm in } L_2,$$

so daß man für jeden derselben passend $d = 90$ mm und eine Länge $l = \frac{5}{4}\,d = 112$ mm annehmen kann.

Es wurde in der obigen Rechnung der für die Festigkeit der Welle ungünstigste Fall vorausgesetzt, daß der Zahndruck Z auf die Axe vertical abwärts wirkt, so daß die beiden Kräfte einfach addirt werden konnten, welche aus dem Eigengewichte und diesem Zahndrucke für jedes Lager sich ergeben. Es ist klar, daß man dagegen diese beiden Componenten nach dem Parallelogramm der Kräfte zu den resultirenden Lagerdrucken L_1 und L_2 zusammen zu setzen hat, wenn Z nicht in verticaler Richtung wirksam ist.

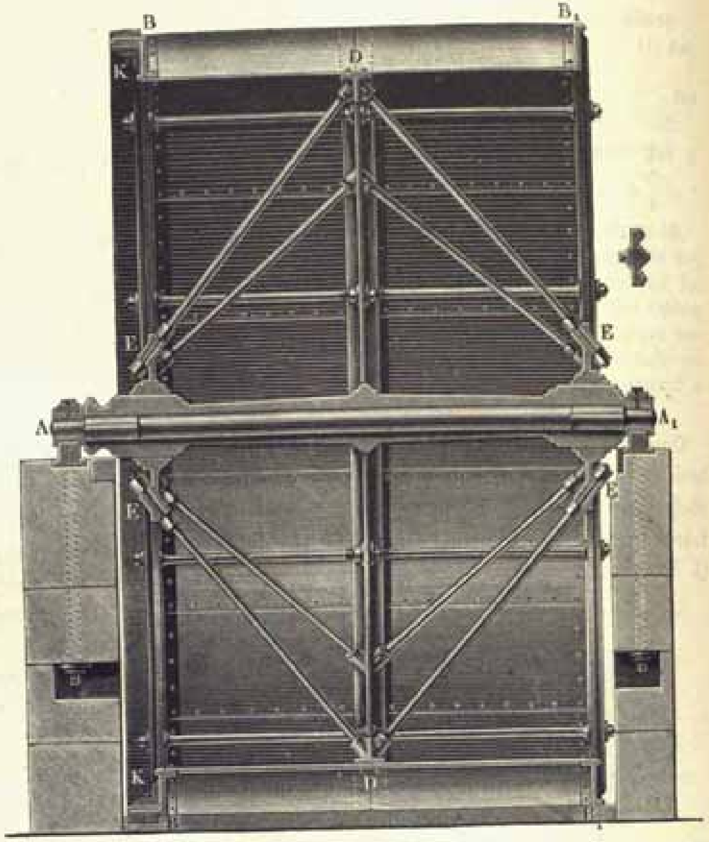
Construction der Wasserräder. Im Folgenden möge noch etwas specieller von der Zusammensetzung und Auflagerung der oberschlächtigen Wasserräder gehandelt werden. Der Zusammensetzung der hölzernen Radkränze aus einer doppelten Lage von Zirkelstücken (Felgen) ist schon oben (§. 56) gedacht worden. Schmiedeeiserne Radkränze werden auf gleiche Weise zusammengesetzt, gußeiserne Radkränze läßt man dagegen nur in einer Lage von Zirkelstücken bestehen. Das Befestigungsmittel besteht bei den hölzernen Radkränzen in Holz- oder Eisennägeln, bei den schmiedeeisernen in Nieten und bei den gußeisernen in Schrauben. Die gewöhnlichen ganz oder nahezu radial stehenden **Hauptradarme** werden in der Regel auf die Außenflächen der Radkränze aufgeschraubt. Besteht der Radkranz aus Gußeisen, so können die Schrauben, wodurch die Radfelgen A, B, Fig. 203, mit einander verbunden werden, auch zugleich zur Befestigung des Armes C dienen. Auf gleiche Weise werden auch die Arme auf der Rosette befestigt. Damit diese Schrauben nur einem Widerstand nach ihren Axenrichtungen zu widerstehen haben, dürfen die Armenden nicht frei aufliegen, sondern sind in Vertiefungen oder zwischen Seitenbacken einzulagern. Zur §. 70.

Fig. 203.



Verhinderung der Seitenschwankungen versieht man auch wohl die Räder mit *Diagonalarmen*, welche von der Rosette des einen Radkranzes nach dem Umfange des anderen Radkranzes reichen. Auch wendet man solche Diagonalarme an, wenn das Rad eine größere Weite hat, wo sie dann, wie der Durchschnitt des Rades in Fig. 204 zeigt, einen mittleren Radkranz DD

Fig. 204.

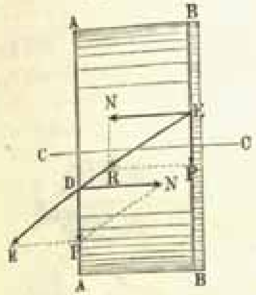


tragen. Diese Arme sind in der Regel mit einem Ende durch einen Splint und mit dem anderen Ende durch Schrauben in Hülsen oder Büchsen befestigt, welche theils mit der Rosette EE, theils mit dem Radkranze DD ein Ganzes bilden.

Wenn die Transmission durch ein mit dem Radkranze verbundenes Zahnrad erfolgt, so wendet man auch nicht selten, wie schon oben bemerkt worden, statt der *starken steifen* Arme aus Holz oder Gußeisen schwache *gespannte* Arme aus Schmiedeeisen an. Dieselben werden gleich bei ihrem

Einsetzen durch Schrauben oder Keile so stark gespannt, daß sie das Rad nur durch ihre Zugfestigkeit tragen. Um einem Rade mit gespannten Armen die nöthige Steifigkeit zu geben, ist es nicht allein mit gespannten *Diagonalarmen*, sondern auch noch mit besonderen *Umfangsstangen* auszurüsten. Die letzteren Stangen sind nicht mit den der Radaxe parallelen *Zugstangen* (Hängenägeln) zu verwechseln, wodurch die Radkränze oder Radarme mit einander verbunden werden; sie sind am inneren Radumfange befestigte, schräg gegen die Radkränze stehende Stangen, welche den Zweck haben, die Kraft des einen Radkranzes AA, Fig. 205, auf den anderen, das Transmissionsrad tragenden Radkranz BB fortzupflanzen. Es sei P ein Theil der Kraft des Rades AA, und DE die Umfangsstange, welche denselben auf den Kranz BB überzutragen hat. Diese Kraft P zerlegt sich in eine Seitenkraft N parallel zur Radaxe CC und in eine Seitenkraft R in der Richtung der Stange DE. Die letztere pflanzt sich durch DE hindurch bis zum Ende E im zweiten Kranze BB fort und zerlegt sich hier wieder in die Seitenkräfte

Fig. 205.



$$EN = -N \text{ und } EP = P.$$

Den Kräften N, $-N$ widersteht das ganze Schaufelsystem durch seine Druckfestigkeit, und die Kraft $EP = P$ vereinigt sich mit der Kraft des Kranzes BB, welcher beide zusammen an das Transmissionsrad abgiebt. Man wird, wie in der Figur auch angenommen worden, die Richtung der Umfangsstangen DE so wählen, daß dieselben durch *Zugkräfte und nicht auf Druck* angegriffen werden.

Zu den *Holzwellen* nimmt man am liebsten Eichenholz, jedoch verwendet man hierzu auch oft Tannen- und Fichtenholz. Für Stern- und Rosettenräder bearbeitet man dieselben polygonal, für Sattelräder aber quadratisch. Die *Zapfen* der hölzernen Wellen sind entweder *schmiedeeiserne*

Fig. 206.

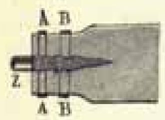


Fig. 207.

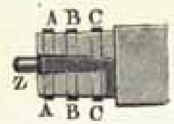


Fig. 208.

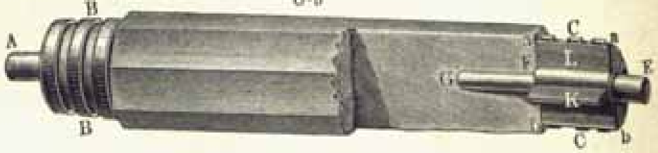
Spitzzapfen, wie Fig. 206, oder *schmiedeeiserne Hakenzapfen*, wie Fig. 207, oder *gußeiserne Blattzapfen*. Die letzteren bestehen entweder nur aus einem Blatte, dem sogenannten *Bleuel*, wie CD, Fig. 208, oder aus mehreren Blättern. Damit der Wellenhals gegen das Aufspringen gesichert werde, arbeitet man ihn etwas conisch ab und treibt über denselben eiserne Ringe AA, BB ... (Fig. 207) von 6 bis 15 mm Dicke und 40 bis 80 mm Breite. Statt der drei Ringe wendet man auch wohl einen einzigen Ring AA an, welcher den ganzen Wellenhals umfaßt und mit den vier Flügeln des Zapfens ein Ganzes bildet, wie Fig. 209 zeigt.

Fig. 209.

In Fig. 210 ist eine achtseitige Holzwelle abgebildet. Dieselbe zeigt links das Zapfenende A und den Hals BB mit den drei Eisenringen, und rechts die hintere Hälfte des Wellenhalses CC und den Zapfen EF mit vier Flügeln K, L ... und dem Schwanze FG. Auch bemerkt man in aa und bb die Keile, welche zwischen den Ringen und den Flügeln von der Stirnfläche aus in den Wellenhals eingetrieben werden.

Die gußeisernen Wellen sind entweder massiv oder hohl. Bei den massiven Wellen bilden die übrigens genau abzudrehenden Zapfen mit der

Fig. 210.



Welle ein Ganzes, bei den hohlen Wellen werden dieselben dagegen an den Wellenkörper an- oder eingesetzt (s. Thl. III, 1). Die Wellenköpfe, oder die Stellen, worauf die Hülsen der Rosetten und Zahnräder zu sitzen kommen,

Fig. 211.

Fig. 212.

sind entweder einfach cylindrisch oder gerippt und müssen an ihrem Umfange genau abgedreht werden. Bei Wellen mit cylindrischen Köpfen erfolgt die Befestigung durch einen oder zwei Keile, welche zur Hälfte in dem Kopfe und zur Hälfte in der Hülse sitzen; bei den Wellen mit gerippten Köpfen wird jede Rippe einzeln in der Hülse verkeilt.

Eine gerippte massive Wasserradwelle mit cylindrischen Köpfen führt Fig. 211 vor Augen, und eine hohle Wasserradwelle mit gerippten Köpfen zeigt Fig. 212. In beiden Figuren sind A und A_1 die Zapfen, sowie B und B_1 die Tragköpfe. Eine einfache hohle gußeiserne Welle mit eingesetzten Zapfen A, A_1 ist in Fig. 204 abgebildet.

Die Wellenzapfen ruhen in Lagern, welche, um das Rad bei seiner Umdrehung in sicherer Lage zu erhalten, auf starken Fundamenten oder Gestellen befestigt sein müssen. Jedes Zapfenlager besteht aus einer Pfanne und aus dem Unterlager oder dem sogenannten Angewelle (Angewäge). Das Lager besteht in der Regel aus Gußeisen, seltener aus Stein, Holz, Glas, Rothguß (8 Theile Kupfer und 1 Theil Zinn); es ist entweder mit oder ohne Deckel, sowie mit oder ohne Metallfutter.

Ein Zapfenlager mit hölzernem Angewäge ist aus Fig. 169, und ein solches mit eiserner Fußplatte und Deckel aus Fig. 170 ersichtlich. Ein einfaches offenes Zapfenlager zeigt Fig. 213, ein solches mit Metallfutter F zum Auswechseln Fig. 214, und ein geschlossenes Zapfenlager mit Metall-

Fig. 213.

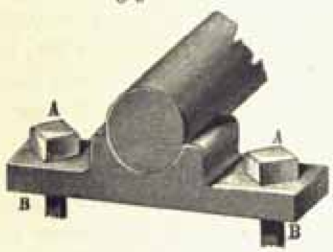
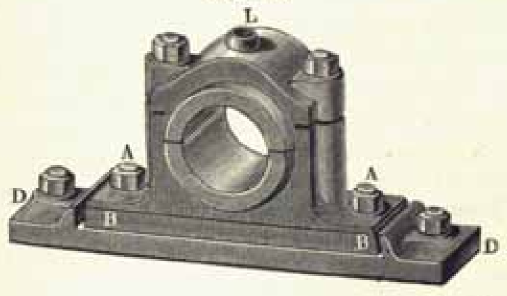


Fig. 214.

Fig. 215.



futter zeigt Fig. 215. Diese Lager werden durch die Schraubenbolzen AA mit ihrer Fußplatte BB entweder unmittelbar auf das Fundament oder auf eine mit dem Fundamente fest verbundene Sohlplatte DD aufgeschraubt. Im Deckel des Zapfenlagers in Fig. 215 ist noch ein Schmierloch L angebracht, auf welches eine Schmierbüchse aufgesetzt werden kann. Zur besseren Vertheilung der durch das Schmierloch zufließenden Schmiere werden Kreuzgerinne in die Innenflächen der Lagerfutter eingeschnitten. Im Uebrigen ist auf das in Thl. III, 1, über Axen und Lager Gesagte zu verweisen.

§. 71. **Zapfenreibung der Wasserräder.** Einen nicht ganz unansehnlichen Theil der mechanischen Leistung verliert ein oberschlächtiges Wasserrad in der durch die **Zapfenreibung** consumirten Arbeit. Dieselbe hängt vorzüglich vom Gewichte G des Rades ab, und ist $F = \varphi G$, wenn φ den Reibungscoefficienten bezeichnet. Ist r der Halbmesser des Zapfens und n die Umdrehungszahl des Rades pr. Minute, so läßt sich die Umfangsgeschwindigkeit des Zapfens

$$v = \frac{\pi n r}{30} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

und daher die Arbeit der Zapfenreibung

$$L_1 = Fv = \varphi G v = \frac{\pi n r}{30} \varphi G = 0{,}1047 \, \varphi n G r \quad . \quad . \quad (2)$$

setzen. Hierbei ist für genau abgedrehte Zapfen nach Thl. I $\varphi = 0{,}075$ anzunehmen, wenn dieselben mit Oel, Talg oder Fett geschmiert sind; bei der besten Abwartung geht jedoch dieser Coefficient auf $\varphi = 0{,}054$ herab, wogegen er bei schlechteren Schmiermitteln, z. B. bei der Graphitschmiere, auf $\varphi = 0{,}110$ steigen kann.

Die Größe und folglich auch das Gewicht eines Wasserrades hängt jedenfalls auch von der Leistung desselben ab, und man kann annehmen, wenn es nur auf eine Annäherung ankommt, daß das Gewicht proportional der Leistung des Rades wachse. Außerdem hängt dieses Gewicht auch noch von dem Grade der Zellenfüllung und der Umdrehungszahl des Rades ab, denn wenn sich die Zellen doppelt so stark füllen, so wird dadurch das Gewicht des Rades nur wenig größer, die Leistung desselben aber ziemlich verdoppelt, und wenn auf dasselbe Rad doppelt so viel Wasser geschlagen wird, so macht es bei derselben Last beinahe doppelt so viel Umdrehungen und verrichtet also auch nahe die doppelte Arbeit. Nehmen wir hiernach an, daß das Radgewicht mit der Leistung N in Pferdekräften direct, dagegen mit dem Füllungscoefficienten ε und der Umdrehungszahl n umgekehrt proportional sei, und führen wir noch einen Erfahrungscoefficienten ι ein, so können wir

$$G = \iota \frac{N}{\varepsilon n} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

setzen.

Nach **Redtenbacher** ist für ein kleines eisernes Rad mit $^1/_3$ Füllung, 9,3 Umdrehungszahl und 3175 Kilogrammen Gewicht, die Leistung $N = 6{,}3$ Pferdekraft, es folgt daher hiernach

$$\iota = \frac{\varepsilon n G}{N} = {}^1/_3 \, \frac{9{,}3 \,.\, 3175}{6{,}3} = 1560;$$

dagegen ist für ein Freiberger hölzernes Kunstrad mit eisernen Schaufeln $\varepsilon = {}^1/_4$, $n = 5$, $G = 20000$ und $N = 20$, daher

$$\iota = {}^1/_4 \, 5 \, \frac{20000}{20} = 1250.$$

Nehmen wir nun aus beiden Werthen für ι das Mittel, so erhalten wir für das Radgewicht die Formel:

$$G = 1400 \, \frac{N}{\varepsilon n} \text{ kg} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Von dem Gewichte G eines Rades hängt die Zapfenstärke, und hiervon wieder die Arbeit der Reibung ab; deshalb hat also dieses Gewicht einen zweifachen Einfluß auf die Zapfenreibung. Wir haben die mittlere Zapfenstärke (§. 69) für schmiedeeiserne Zapfen zu $d = 2r = 1{,}0 \sqrt{P}$ mm gefunden, nimmt man daher den Zapfendruck P gleich dem halben Radgewichte an, so ist

$$r = 0{,}0005 \sqrt{\frac{1}{2} G} = 0{,}000354 \sqrt{G} \text{ m},$$

daher die mechanische Arbeit der Zapfenreibung pro Minute:

$$L_1 = 0{,}1047 \, \varphi n \,.\, 0{,}000354 \sqrt{G^3} = 0{,}000037 \, \varphi n \sqrt{G^3} \text{ mkg}$$

oder mit (4):

$$L_1 = 0{,}000037 \, \varphi n \sqrt{1400^3 \frac{N^3}{\varepsilon^3 n^3}} = 1{,}94 \, \varphi \sqrt{\frac{N^3}{n \varepsilon^3}} \text{ mkg}$$

$$= 0{,}0258 \, \varphi \sqrt{\frac{N^3}{n \varepsilon^3}} \text{ Pferdekräfte} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

und ihr Verhältniß zur ganzen Radleistung

$$\frac{L_1}{L} = 0{,}0258 \, \varphi \sqrt{\frac{N}{n \varepsilon^3}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

folgt.

Beispiele. 1. Welche Arbeit consumirt die Zapfenreibung eines 15000 kg schweren Wasserrades mit 0,15 m dicken Zapfen, wenn dasselbe pro Minute 6 Umdrehungen macht? Nimmt man den Reibungscoefficienten $\varphi = 0{,}08$ an, so hat man die Zapfenreibung $\varphi G = 0{,}08 \,.\, 15000 = 1200$ kg, ferner das statische Moment derselben $\varphi G r = 1200 \,.\, 0{,}075 = 90$ mkg und daher die Arbeit der Zapfenreibung pro Secunde:

$$L_1 = 0{,}1047 \,.\, 6 \,.\, 90 = 56{,}5 \text{ mkg} = {}^3/_4 \text{ Pferdekraft}.$$

2. Welchen Arbeitsverlust giebt die Zapfenreibung eines Wasserrades von 30 Pferdekräfte Leistung bei der relativen Zellenfüllung $\varepsilon = \frac{1}{3}$ und der Umdrehungszahl $n = 4$? Es ist derselbe:

$$L_1 = 0{,}0258 \,.\, 0{,}08 \sqrt{\frac{30 \,.\, 27}{4}}\, N = 0{,}029\, N = 0{,}87 \text{ Pferdekraft},$$

also etwa 3 Procent der Nutzleistung.

Anmerkung. Die Zapfenreibung eines Rades kann noch durch die Art und Weise des Anschließens der übrigen Maschinerie vergrößert oder herabgezogen werden. Läßt man, wie Fig. 216 vor Augen führt, Kraft P und Last Q auf einerlei Seite wirken, so wird der Zapfendruck R durch die Last Q vermindert; es fällt also dann die Zapfenreibung kleiner aus; läßt man aber Kraft und Last auf entgegengesetzten Seiten des Rades wirken, wie Fig. 217 vorstellt, so wird der Zapfendruck R durch die Last Q vergrößert, und es wird also hier die Zapfenreibung um eben so viel größer als im vorigen Falle kleiner. Macht man im ersten Falle noch den Hebelarm CB der Last gleich dem Hebelarm CA der Kraft, indem man z. B. die Transmission durch ein mit einem der Radkränze unmittelbar verbundenes Zahnrad bewirkt, wie z. B. Fig. 170 vorstellt, so wird die Wirkung der Kraft auf die Zapfen durch die Last fast ganz aufgehoben. Welche Vorzüge diese Construction übrigens hat, ist schon oben angegeben worden.

Fig. 216.

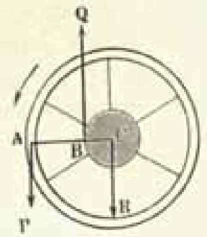
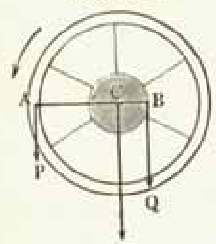


Fig. 217.



§. 72. **Totalleistung.** Die Totalleistung eines oberschlächtigen Wasserrades läßt sich nun

$$L = \left(\frac{c_1 \cos \alpha_1 - v_1}{g}\, v_1 + h_3 + \xi h_4\right) Q\gamma - \varphi\, \frac{r}{a}\, G v \quad . \quad . \quad (1)$$

setzen, oder, wenn man das Wasser nahe tangential und mit der Geschwindigkeit $c_1 = 2\, v_1$ eintreten läßt und annähernd $v_1 = v$ annimmt, so daß

$$\frac{c_1 \cos \alpha_1 - v_1}{g}\, v_1 = \frac{v^2}{g}$$

ausfällt,

$$L = \left(\frac{v^2}{g} + h_3 + \xi h_4\right) Q\gamma - \varphi\, \frac{r}{a}\, G v \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Setzen wir, dem vorigen Paragraphen zufolge, das Radgewicht

$$G = 1400\, \frac{N}{\varepsilon n} \text{ kg}$$

und hiernach die Arbeit der Zapfenreibung:

$$L_1 = 1{,}94\, \varphi \sqrt{\frac{N^3}{n\, \varepsilon^3}} \text{ mkg},$$

so erhalten wir für die Totalleistung der Wasserrades:

$$L = \left(\frac{v^2}{g} + h_3 + \xi h_4\right) Q\gamma - 1{,}94\, \varphi \sqrt{\frac{N^3}{n\, \varepsilon^3}} \text{ mkg} \quad . \quad . \quad (3)$$

Da zur Erzeugung der Geschwindigkeit $c = 2\, v$ das Gefälle

$$4 \,.\, 1{,}1 \cdot \frac{v^2}{2\, g} = \frac{4{,}4}{2\, g} \left(\frac{\pi n a}{30}\right)^2 = 0{,}00245\, n^2 a^2 \text{ m} \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

nöthig ist, so bleibt vom Totalgefälle h das Druckgefälle $h - \frac{4{,}4}{2\, g} \left(\frac{\pi n a}{30}\right)^2$ übrig, und setzen wir nun noch der Einfachheit wegen,

$$h_3 + \xi h_4 = \chi \left[h - \frac{4{,}4}{2\, g} \left(\frac{\pi n a}{30}\right)^2\right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

wo χ ein ächter Bruch (etwa $\frac{2}{3}$ oder $\frac{3}{4}$ u. s. w.) ist, so erhalten wir die Leistung des Wasserrades aus (3) zu:

$$L = \left\{\frac{1}{g} \left(\frac{\pi n a}{30}\right)^2 + \chi \left[h - \frac{4{,}4}{2\, g} \left(\frac{\pi n a}{30}\right)^2\right]\right\} Q\gamma - 1{,}94\, \varphi \sqrt{\frac{N^3}{\varepsilon^3 n}} \quad (6)$$

oder annähernd, wenn man $4{,}4\, \chi \frac{v^2}{2\, g} - \frac{v^2}{g} = \chi \frac{v^2}{g} = \chi \frac{1}{g} \left(\frac{\pi n a}{30}\right)^2$ setzt:

$$L = \chi \left[h - \frac{1}{g} \left(\frac{\pi n a}{30}\right)^2\right] Q\gamma - 1{,}94\, \varphi \sqrt{\frac{N^3}{\varepsilon^3 n}} \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

Nun können wir aber in dem Ausdrucke für die Arbeit der Reibung für N annähernd den Werth

$$N = \chi h Q\gamma \text{ mkg} = \frac{\chi h Q \gamma}{75} \text{ Pferdekräfte}$$

setzen, daher geht (7) über in

$$L = \left[h - \frac{1}{g} \left(\frac{\pi n a}{30}\right)^2 - 1{,}94\, \varphi \sqrt{\frac{\chi h^3 Q \gamma}{(75\, \varepsilon)^3 n}}\right] \chi Q \gamma \text{ mkg},$$

oder mit $g = 9{,}81$ und $\gamma = 1000$ kg:

$$L = \left[h - 0{,}00111\, (n a)^2 - 0{,}0944\, \varphi \sqrt{\left(\frac{h}{\varepsilon}\right)^3 \frac{\chi Q}{n}}\right] \chi Q \gamma \text{ mkg} \quad (8)$$

Aus der Art und Weise, wie n in diesem Ausdrucke vorkommt, folgt, daß die Leistung L weder für $n = 0$, noch für $n = \infty$, sondern für einen zwischen 0 und ∞ liegenden Werth von n ein Maximum wird. Durch Differentiiren erhält man diesen Werth aus

$$0 = \frac{\partial L}{\partial n} = -\,2\,.\,0{,}00111\,a^2 n + \frac{1}{2}\,0{,}0944\,\varphi \sqrt{\left(\frac{h}{\varepsilon}\right)^3 \chi Q \frac{1}{n^3}}$$

zu

$$n = \sqrt[5]{\frac{1}{4}\,\frac{0{,}0944^2\,\varphi^2 \chi Q}{4\,.\,0{,}00111^2\,a^4}\,\frac{h^3}{\varepsilon^3}} = 3{,}396 \sqrt[5]{\varphi^2 \frac{\chi Q}{a^4}\,\frac{h^3}{\varepsilon^3}} \;\ldots\; (9)$$

oder, wenn man annähernd $a = \frac{1}{2}\,h$ setzt:

$$n = 5{,}912 \sqrt[5]{\varphi^2 \frac{\chi Q}{\varepsilon^3 h}} \;\ldots\ldots\; (9^a)$$

In der Praxis pflegt man n meist größer zu nehmen, um eine gleichförmigere Umdrehung des Rades zu erlangen und die Dimensionen, Breite und Tiefe des Rades, nicht unbequem groß machen zu müssen.

Setzen wir diesen Werth für n aus (9) in den Ausdruck (8) für L ein, so erhalten wir die Formel für die Maximalleistung des Wasserrades:

$$L = \left[h - 0{,}0128 \sqrt[5]{(\chi Q a)^2 \varphi^4 \frac{h^6}{\varepsilon^6}} - 0{,}0512 \sqrt[5]{(\chi Q a)^2 \varphi^4 \frac{h^6}{\varepsilon^6}}\right] \chi Q \gamma$$

$$= \left[h - 0{,}064 \sqrt[5]{(\chi Q a)^2 \varphi^4 \left(\frac{h}{\varepsilon}\right)^6}\right] \chi Q \gamma \;\ldots\ldots\; (10)$$

Der Wirkungsgrad eines oberschlächtigen Wasserrades läßt sich, da die disponible Leistung $= Q h \gamma$ ist, allgemein setzen:

$$\eta = \frac{\left(h_3 + \xi h_4 + \frac{c \cos \alpha_1 - v_1}{g} v_1\right) Q \gamma - \varphi \frac{r}{a}\, G v}{Q h \gamma} \;\ldots\; (11)$$

nach dem Vorstehenden ist der Maximalwerth desselben:

$$\eta = \frac{L}{Q h \gamma} = \chi \left(1 - \frac{0{,}064 \sqrt[5]{(\chi Q a)^2 \varphi^4 \left(\frac{h}{\varepsilon}\right)^6}}{h}\right).$$

Beispiele. 1. Für ein oberschlächtiges Wasserrad, welches ein Gefälle h von 10 m und ein Aufschlagequantum $Q = 0{,}15$ cbm benutzt, bei welchem ferner der Füllungscoefficient $\varepsilon = \frac{1}{4}$, der Reibungscoefficient $\varphi = 0{,}1$ und der Gefällcoefficient $\chi = \frac{5}{6}$ ist, hat man die vortheilhafteste Umdrehungszahl:

$$n = 5{,}912 \sqrt[5]{0{,}01\,\frac{5}{6}\,\frac{0{,}15}{10} \cdot 64} = 2{,}25.$$

2. Für $h = 3$ m, $Q = 0{,}5$ cbm, $\varepsilon = \frac{1}{3}$ und $\chi = \frac{4}{5}$ stellt sich dagegen die gesuchte zweckmäßigste Umdrehungszahl

$$n = 5{,}912 \sqrt[5]{0{,}01\,\frac{4}{5}\,\frac{0{,}5}{3}\,27} = 3{,}04$$

heraus.

Effective Radleistung. Ueber die Wirkungen oberschlächtiger Wasserräder sind zwar von Vielen, namentlich von Smeaton, Nordwall, Morin u. s. w. Beobachtungen oder Versuche angestellt worden, es bleibt indessen noch sehr zu wünschen, daß deren noch mehr angestellt werden, und zwar namentlich an recht gut construirten und an sehr hohen Rädern, weil man die Leistungen letzterer erfahrungsmäßig noch gar nicht genau kennt, und weil, wie sich der Verfasser hinreichend überzeugt hat, die Wirkungen derselben meist zu klein angenommen werden. Smeaton machte Versuche an einem Modellrade von 75 engl. Zoll Umfang mit 36 Zellen, und fand bei einer Umdrehungszahl $n = 20$ den größten Wirkungsgrad 0,74. D'Aubuisson führt in seiner Hydraulik an, daß er an einem $11\frac{1}{3}$ m hohen Wasserrade bei $2\frac{1}{2}$ m Umfangsgeschwindigkeit den Wirkungsgrad 0,76 gefunden habe. Der Verfasser fand ihn bei einem hiesigen Pochwerksrade von 7 m Höhe, $\frac{6}{7}$ m Weite und mit 48 Zellen bei 12 Umgängen pr. Minute = 0,78. Bei Kunst- und anderen Rädern von 10 bis 11 m Höhe fand derselbe, wenn sie nur 5 Umdrehungen pr. Minute machten, den Wirkungsgrad 0,80 und oft noch höher. Es kann aber auch leicht nachgewiesen werden, daß sich der Wirkungsgrad eines sehr hohen oberschlächtigen Wasserrades, namentlich wenn dasselbe nur 3 bis 4 Umdrehungen macht, bis auf 0,83 steigern läßt, indem etwa durch das Eintrittsgefälle 3, durch das zu zeitige Ausleeren 9 und durch die Zapfenreibung 5 Procent an Wirkung verloren gehen. Kleine Räder geben immer einen kleineren Wirkungsgrad, nicht allein weil sie mehr Umläufe machen, sondern auch weil sich bei ihnen der wasserhaltende Bogen kleiner herausstellt. Die meisten und ausführlichsten Versuche über die Wirkungen der Wasserräder sind von Morin (s. Expériences sur les roues hydrauliques à aubes planes et sur les roues hydrauliques à augets. Metz, 1836) angestellt worden. Von diesen Versuchen können jedoch hier nur die an drei kleineren Rädern angestellten Berücksichtigung finden. Das erste dieser Räder war von Holz, hatte 3,425 m Durchmesser und 30 Zellen und gab bei $1\frac{1}{2}$ m Geschwindigkeit den Wirkungsgrad 0,65, dagegen den Gefällcoefficienten $\chi = 0{,}775$. Das zweite Rad hatte gar nur 2,28 m im Durchmesser; es war ebenfalls aus Holz, hatte aber 24 gekrümmte Blechschaufeln. Der Wirkungsgrad dieses Rades stellte sich bei ebenfalls 1,5 m Radgeschwindigkeit $\eta = 0{,}69$ und der Gefällcoefficient $\chi = 0{,}762$ heraus. Das dritte war ein hölzernes Hammerrad von 4 m Höhe mit 20 Schaufeln und mindestens 1 m Stoßgefälle über dem Radscheitel; es gab bei $1\frac{1}{2}$ m Umfangsgeschwindigkeit noch den Wirkungsgrad 0,55 bis 0,60, bei der Geschwindigkeit von $3\frac{1}{2}$ m, die es bei seiner Arbeitsverrichtung wirklich hatte, $\eta = 0{,}40$, und bei 4 m Umfangsgeschwindigkeit, η gar nur 0,25, weil hier die Centrifugalkraft das Wasser nicht vollständig in die Zellen treten ließ. Morin zieht aus seinen §. 73.

16*

Versuchen die Folgerung, daß bei Rädern unter 2 m Durchmesser, welche höchstens mit 2 m Geschwindigkeit umgehen, sowie bei Rädern über 2 m Durchmesser, die höchstens mit $2\frac{1}{2}$ m Geschwindigkeit umlaufen, der Coefficient χ des Druckgefälles im Mittel $= 0,78$, also die Leistung dieser oberschlächtigen Räder, ohne Rücksicht auf Axenreibung,

$$Pv = \left(\frac{c \cos \alpha - v}{g} v + 0,78 h\right) Q\gamma$$

zu setzen sei, wenn h die Höhe der Eintrittsstelle über dem Radtiefsten, also $0,78 h$ die mittlere Höhe des wasserhaltenden Bogens anzeigt. Dieser Coefficient $\chi = 0,78$ ist jedoch nur zu gebrauchen, wenn der Füllungscoefficient ε noch unter $\frac{1}{2}$ ist; er soll dagegen nach Morin in 0,65 umzuändern sein, wenn ε nahe $\frac{2}{3}$ ist. Sicherlich ist bei hohen Rädern χ größer, z. B. bei den hiesigen Kunsträdern mindestens $= 0,9$. Noch folgert Morin, daß für Räder, welche eine sehr große Umfangsgeschwindigkeit (über 2 m) haben, oder deren Füllungscoefficient über $\frac{2}{3}$ ist, sich ein bestimmter Coefficient χ für den wasserhaltenden Bogen nicht angeben läßt, weil hier kleine Veränderungen oder Abweichungen in v und ε schon bedeutende Einflüsse auf die Größe der Leistung haben. Es ist jedoch hierbei zu bemerken, daß es nicht die Geschwindigkeit, sondern die Umdrehungszahl n (s. §. 67) ist, welche diese Grenze bestimmt, denn hohe Räder geben bei 2 m Umfangsgeschwindigkeit noch eine hohe und ziemlich bestimmte Wirkung.

Anmerkung. Wenn hier und in der Folge der umfänglichen Versuche Nordwall's (s. dessen Maschinenlehre, Berlin 1804) nicht gedacht wird, so hat dies lediglich seinen Grund darin, daß dieselben nur an größtentheils unvollkommene Constructionen nachahmenden Modellen angestellt worden sind. Der Verfasser stimmt hierin ganz dem bei, was Langsdorf in seiner Maschinenlehre Theil I, Abtheilung 2, §. 518, hierüber ausspricht.

§. 74. **Rückenschlächtige Wasserräder.** Die sogenannten rückenschlächtigen Räder unterscheiden sich von den oberschlächtigen Rädern nur durch die Beaufschlagung; während bei den oberschlächtigen Rädern das Wasser nahe am Radscheitel eintritt, befindet sich bei den rückenschlächtigen Rädern die Eintrittsstelle zwischen dem Scheitel und dem Radmittel, jedoch dem ersteren näher als dem letzteren. Dort liegt das Aufschlaggerinne über, hier aber neben dem Rade; dort ist die Radhöhe kleiner, hier aber ist sie in der Regel größer, als das Totalgefälle; dort geht endlich das Rad in der Richtung um, in welcher es durch das Gerinne zugeführt wird, hier ist jedoch die Umdrehungsrichtung die umgekehrte. Man wendet rückenschlächtige Räder besonders an, wenn der Wasserstand im Ab- und Aufschlagsgraben sehr veränderlich ist, weil hier das Rad in der Richtung umgeht, in welcher das Wasser abfließt, also das Waten im Wasser von wenigem oder gar keinem

Nachtheile ist, und weil hier Schützvorrichtungen zur Anwendung kommen können, bei denen die Ausmündung stellbar ist, und daher auch immer um eine gewisse Höhe unter die Oberfläche des Aufschlagwassers gerückt werden, so daß selbst bei verschiedenen Wasserständen die Ausfluß- oder Eintrittsgeschwindigkeit immer dieselbe bleiben kann. Schützen für rückenschlächtige Räder sind in Fig. 218 und Fig. 219 abgebildet; man nennt sie gewöhnlich Coulissenschützen. Bei der Schütze in Fig. 218 ist das Schutzbrett AB concentrisch mit dem Radumfange gekrümmt, damit die Mündung A

Fig. 218.

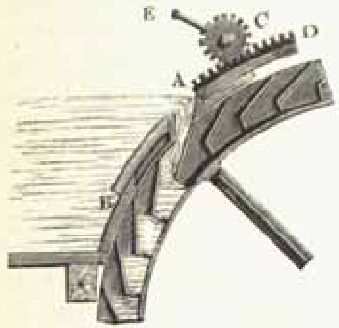
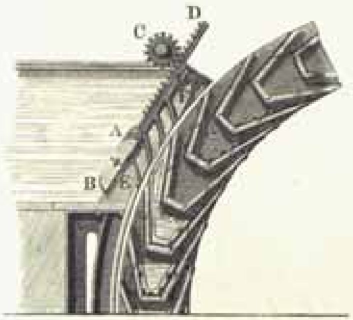


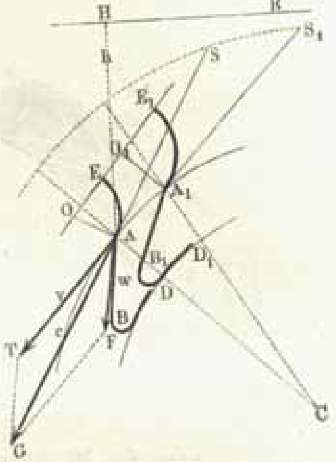
Fig. 219.



bei allen Stellungen des Schutzbrettes das Wasser gehörig in die Radzellen leitet. Die Bewegung dieses Schutzbrettes erfolgt durch eine Zahnstange AD und ein Getriebe C mit Hülfe einer Kurbel CE. Bei der Schütze in Fig. 219 fließt das Wasser über dem Kopfe A des Schutzbrettes ab, das auf ähnliche Weise wie das vorige gestellt wird; damit aber das Wasser in bestimmter Richtung zum Rade gelangt, wird ein festes Leitschaufelsystem EF zwischen das Rad und das Schutzbrett gebracht, über welchem dann das letztere hingleitet. Die Leitschaufeln müssen eine bestimmte Stellung erhalten, damit sich das Wasser nicht beim Eintritt an die äußeren Schaufelenden stoße. Ist AF, Fig. 220 (a. f. S.), die Richtung des äußeren Radschaufelendes, sowie $AT = v$ Größe und Richtung der Geschwindigkeit eben dieses Endes A, so ergiebt sich genau wie in §. 60 die erforderliche Richtung AG des eintretenden Wassers, wenn man TG parallel zu AF zieht und AG der durch den Wasserstand über A bestimmten Eintrittsgeschwindigkeit c gleich macht. Ist h die Tiefe AH des Punktes A unter dem Wasserspiegel HR im Aufschlaggerinne, so läßt sich mindestens $c = 0,82 \sqrt{2gh}$ setzen, wie beim Ausflusse durch kurze Ansatzröhren (siehe Thl. I), wenn jedoch die von den Leitschaufeln gebildeten Canäle nach innen abgerundet sind, so fällt der Ausflußcoefficient noch größer aus, so daß $c = 0,90 \sqrt{2gh}$ gesetzt werden kann. Wendet man gerade Leitschaufeln an, so bringt man sie in die Richtung GAS, bedient man sich aber gekrümmter Schaufeln AE, was den Vortheil gewährt, daß hier das Wasser allmälig aus der Richtung im Gerinne in die Richtung AG übergeht, so läßt man dieselben mit AS in A tangiren, indem man z. B. AO winkelrecht auf AS setzt, und einen Kreisbogen AE aus O beschreibt.

Da verschieden tief liegenden Eintrittspunkten verschiedene Druckhöhen (h) und also auch verschiedene Geschwindigkeiten (c) zukommen, so hat man die Construction für jede Leitschaufel besonders zu machen. Gewöhnlich macht man die Eintrittsgeschwindigkeit $c = 3$ m und die Radgeschwindigkeit $\frac{1}{2} c$ bis höchstens $\frac{2}{3} c$. Man führt diese Construction für den mittleren Wasserstand im Aufschlaggerinne aus, damit die Abweichungen beim höchsten und tiefsten Wasserstande nicht zu groß ausfallen.

Fig. 220.



Die Luft kann bei diesen Schützen weniger leicht entweichen, als bei den Spannschützen; weshalb dann entweder die Schütze schmaler zu machen ist, als das Rad, oder dieses besonders zu ventiliren, d. h. mit Luftlöchern im Radboden (s. Fig. 219) zu versehen ist. Auch ist es nicht rathsam, die Radschaufeln zu scharf zu decken, sondern das Wasser lieber durch einen Mantel im Rade zurück zu halten, als durch die Schaufeln, weil bei großen Deckungswinkeln die Leitschaufeln einen zu großen Bogen vom Rade einnehmen oder zu enge Canäle bilden, und das nöthige Stoßgefälle zu groß ausfällt.

Was endlich noch den Wirkungsgrad der rückenschlächtigen Räder anlangt, so kommt dieser mindestens dem der oberschlächtigen Räder gleich; wegen der zweckmäßigen Wassereinführung ist er sogar oft größer, als bei einem oberschlächtigen Rade unter übrigens gleichen Verhältnissen. Morin fand bei einem Rade von 9,1 m Höhe mit 96 Zellen, wo der Eintritt des Wassers 50^0 vom Radscheitel abstand, bei $1\frac{1}{2}$ m Umfangs- und $2\frac{1}{2}$ m Eintrittsgeschwindigkeit $\eta = 0{,}69$, die Höhe χh des wasserhaltenden Bogens aber $= 0{,}78\, h$.

§. 75. Ventilirte rückenschlächtige Wasserräder. Sind die rückenschlächtigen Wasserräder ventilirt, kann also die Luft durch Canäle DE, D_1E_1, Fig. 221 (a. f. S.), aus den Zellen A, A_1 u. s. w. entweichen, so

kann man die Schaufeln näher an einander rücken, also auch eine größere Anzahl der Zellen anwenden, als bei unventilirten rückenschlächtigen Wasserrädern, wodurch man unter übrigens gleichen Umständen mehr Fassungsraum

Fig. 221.

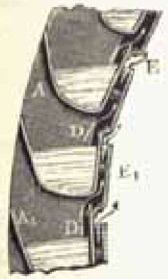
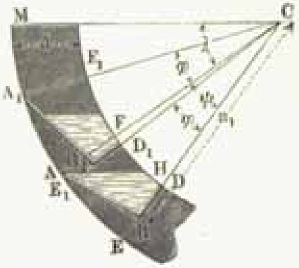


Fig. 222.



erhält als bei den oberschlächtigen Rädern, so daß sich der Füllungscoefficient $\varepsilon = \frac{1}{3}$ bis $\frac{1}{2}$ anwenden läßt.

Für die gewöhnliche Schaufelconstruction hat man annähernd den Querschnitt des Fassungsraumes einer Zelle $ABDF$, Fig. 222:

$$ABDH = \text{Viereck } AEDF \text{ minus Dreieck } ABE \text{ minus Dreieck } AFH$$
$$= \psi a_1 d - \frac{1}{4} \psi a_1 d - \frac{1}{2} d^2 \tang \lambda,$$

wobei ψ den Schaufelwinkel ACB und λ den Ausgußwinkel $CAH = ACM$ bezeichnen und $BE = \frac{1}{2} DE = \frac{d}{2}$ vorausgesetzt wird. Dagegen ist der ganze Querschnitt einer Zelle:

$$EDD_1E_1 = \varphi a_1 d,$$

wenn φ den Theilwinkel $ACA_1 = ECE_1$ bezeichnet. Hiernach folgt der Füllungscoefficient:

$$\varepsilon = \frac{\text{Fläche } ABDH}{\text{Fläche } EDD_1E_1} = \frac{\frac{3}{4} \psi a_1 - \frac{1}{2} d \tang \lambda}{\varphi a_1},$$

und daher:

$$\tang \lambda = (\tfrac{3}{4} \psi - \varepsilon \varphi) \frac{2 a_1}{d} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Die größte Raumbenutzung würde dann stattfinden, wenn der eben zum Ausguß gelangende Wasserspiegel AH die folgende Schaufel in B_1 berührte; dies vorausgesetzt, so hätte man, da $BD = BE$, also auch:

$$B_1D_1 = B_1E_1 \text{ und } B_1H = B_1A,$$

sowie

$$D_1H = D_1F$$

wäre,

$$\tfrac{1}{2} d \, tang \, \lambda = (\psi - \varphi)\, a_1,$$

also auch

$$tang \, \lambda = (\psi - \varphi) \frac{2 a_1}{d} \quad \ldots \ldots \quad (2)$$

Aus der Verbindung dieser beiden Ausdrücke für λ resultirt nun die einfache Formel:

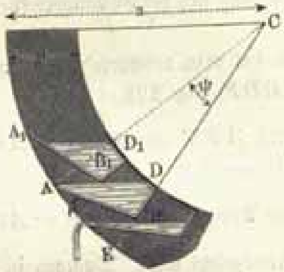
$$\tfrac{3}{4}\psi - \varepsilon\varphi = \psi - \varphi, \text{ d. i. } \varphi = \frac{\psi}{4\,(1 - \varepsilon)} \quad \ldots \quad (3)$$

Nimmt man $\varepsilon = \tfrac{1}{2}$ an, so erhält man endlich

$$\varphi = \frac{\psi}{2},$$

und es bildet der Querschnitt des den Ausguß beginnenden Wasserkörpers ein Dreieck ABD, Fig. 223, dessen Seiten AB und BD von den beiden Schaufelbreiten gebildet werden.

Fig. 223.



Der Schaufelwinkel $ACB = \psi$ bestimmt sich aus dem Eintrittswinkel $BAE = \beta$ mittelst der bekannten trigonometrischen Formel:

$$sin \, ABC = \frac{CA \, sin \, CAB}{CB},$$

d. i.

$$cos\,(\beta - \psi) = \frac{a \cos \beta}{a - \tfrac{1}{2} d} \quad (4)$$

Hieraus ergiebt sich der Schaufelwinkel ACB:

$$\psi = \beta - (\beta - \psi). \quad \ldots \ldots \quad (5)$$

ferner nach der oben gefundenen Formel:

$$\varphi = \frac{\psi}{4\,(1 - \varepsilon)} \quad \ldots \ldots \quad (6)$$

und endlich die Schaufelzahl:

$$z = \frac{2\pi}{\varphi} = \frac{360^0}{\varphi^0} \quad \ldots \ldots \quad (7)$$

Beispiel. Für ein rückenschlächtiges Rad von 4,5 m Halbmesser, 0,3 m Kranzbreite und mit einem Eintrittswinkel $\beta = 20$ Grad, ist

$$cos\,(\beta - \psi) = \frac{4{,}5 \, . \cos 20^0}{4{,}5 - 0{,}15} = 0{,}9721$$

hiernach ergiebt sich

$$\beta - \psi = 13^0\, 34',$$

und der Schaufelwinkel

$$\psi = 20^0 - 13^0\,34' = 6^0\,26';$$

endlich folgt für $\varepsilon = \tfrac{1}{2}$, der Theilwinkel

$$\varphi^0 = \frac{6^0\,26'}{2} = 3^0\,13'$$

und die Schaufelanzahl

$$z = \frac{360 \, . \, 60}{3 \, . \, 60 + 13} = \frac{21600}{193} = 112.$$

Für den Ausgußpunkt ist

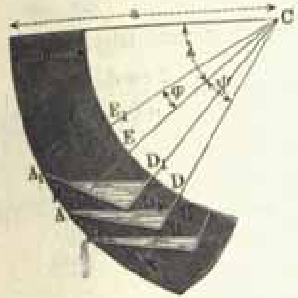
$$tang \, \lambda = (\psi - \varphi) \frac{2 a_1}{d} = \frac{8{,}7}{0{,}3} \, arc \; 3^0\,13' = 1{,}628$$

und hiernach

$$\lambda = 58^0\,26'.$$

Wenn der Füllungscoefficient ε noch unter $\tfrac{1}{2}$ ist, so füllt das den Ausguß beginnende Wasser einer Zelle noch nicht den Raum ABD, Fig. 224, über den beiden Schaufeln BA und BD aus, und es läßt sich dann die Formel für den wasserhaltenden Bogen auf folgende Weise finden. Es ist der Querschnitt des Wasserraumes einer Zelle

Fig. 224.



$$\triangle ABH = \triangle ANH - \triangle ANB,$$

d. i.

$$= \tfrac{1}{2} AN (NH - NB);$$

nun kann man aber

$$AN = CA \, sin \, ACB = a \sin \psi,$$
$$NB = AN \, tang \, BAN = a \sin \psi \; tang\,(\beta - \psi)$$

und

$$NH = AN \, cotang \, AHN = a \sin \psi \; cotang\,(\lambda + \psi)$$

setzen; daher folgt dann:

$$\triangle ABH = \tfrac{1}{2} a^2 \sin^2 \psi \,[cotang\,(\lambda + \psi) - tang\,(\beta - \psi)]$$

und der Füllungscoefficient:

$$\varepsilon = \frac{\triangle ABH}{AEE_1A_1} = \frac{\tfrac{1}{2} a^2 \sin^2 \psi \,[cotang\,(\lambda + \psi) - tang\,(\beta - \psi)]}{d a \varphi} \quad (8)$$

Umgekehrt ist demnach hier

$$cotang\,(\lambda + \psi) = tang\,(\beta - \psi) + \frac{2\,\varepsilon\varphi d}{a \sin^2 \psi} \quad \ldots \quad (9)$$

Soll auch hier die Oberfläche des abfließenden Wassers von der folgenden Schaufel berührt werden, so hat man annähernd

$$tang \, \lambda = (\psi - \varphi) \frac{2 a}{d} \quad \ldots \ldots \quad (10)$$

und es lassen sich daher mittelst beider Gleichungen φ und λ bestimmen. Es ist

$$cotang\,(\lambda + \psi) = \frac{cotang\,\lambda\ cotang\,\psi - 1}{cotang\,\lambda + cotang\,\psi}$$

$$= \frac{1 - tang\,\lambda\ tang\,\psi}{tang\,\psi + tang\,\lambda};$$

daher den letzten Werth aus (10) für $tang\,\lambda$ eingesetzt,

$$cotang\,(\lambda + \psi) = \frac{1 - (\psi - \varphi)\frac{2a}{d}\,tang\,\psi}{tang\,\psi + (\psi - \varphi)\frac{2a}{d}} = \frac{d - 2a(\psi - \varphi)\psi}{d\psi + 2a(\psi - \varphi)} \quad . \quad (11)$$

wenn man noch annähernd $tang\,\psi = \psi$ setzt. Hieraus folgt nach (9):

$$\frac{d - 2a(\psi - \varphi)\psi}{d\psi + 2a(\psi - \varphi)} = tang\,(\beta - \psi) + \frac{2\varepsilon\varphi d}{a\psi^2} \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

und daher der gesuchte Theilwinkel:

$$\varphi = \frac{a\psi^2}{2\varepsilon d}\left(\frac{d - 2a(\psi - \varphi)\psi}{d\psi + 2a(\psi - \varphi)} - tang\,(\beta - \psi)\right) \quad . \quad . \quad (13)$$

woraus nun die Schaufelzahl

$$z = \frac{6{,}28}{\varphi} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

zu finden ist.

Beispiel. Wenn wir im vorigen Beispiele den Füllungscoefficienten $\varepsilon = \frac{1}{4}$ annehmen, so haben wir den Theilwinkel nach (13); da

$$\psi = \left(6 + \frac{26}{60}\right)\frac{3{,}14}{180} = 0{,}1123$$

ist:

$$\varphi = \frac{4{,}5\,.\,0{,}1123^2}{2\,.\,\frac{1}{4}\,.\,0{,}3}\left[\frac{0{,}3 - 9\,(0{,}1123 - \varphi)\,0{,}1123}{0{,}3\,.\,0{,}1123 + 9\,(0{,}1123 - \varphi)} - 0{,}2413\right]$$

$$= 0{,}3733\left(\frac{0{,}1865 + 1{,}0107\,\varphi}{1{,}0444 - 9\,\varphi} - 0{,}2413\right).$$

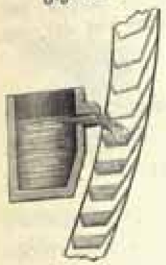
Dieser Gleichung genügt der Werth $\varphi = 0{,}044$, welchem ein Winkel $\varphi^0 = 2^0\,31'$ entspricht. Die zugehörige Schaufelzahl bestimmt sich hiernach zu

$$z = \frac{6{,}28}{0{,}044} = 143,$$

wofür etwa 144 anzunehmen sein dürfte.

§. 76. Mittelschlächtige Wasserräder. Die mittelschlächtigen Wasserräder sind entweder gemein mittelschlächtige, oder Kropfräder. Die ersteren sind Zellenräder wie die ober- und rückenschlächtigen Räder; die letzteren aber sind mit einem Mantel oder Kropfe umgebene Schaufelräder (s. §. 54). Da durch das zu zeitige Austreten des Wassers aus den Zellen der größte Gefäll- oder Arbeitsverlust in der unteren Radhälfte statt hat, so ist leicht zu ermessen, daß bei gleichen Verhältnissen und unter gleichen Umständen die mittelschlächtigen Räder weniger Wirkungsgrad haben, als die ober- und rückenschlächtigen Räder. Aus diesem Grunde hat man denn auch bei den ersteren Rädern das Gefälle noch mehr zusammenzuhalten und dafür Sorge zu tragen, daß das Wasser möglichst lange im Rade zurückgehalten werde; man deckt daher solche Räder gern sehr stark, oder führet wohl das Wasser von innen in das Rad, wie z. B. Fig. 225 vorstellt, oder, was das Beste ist, man umgiebt das Rad mit einem Mantel oder Kropfe, und läßt die Schaufeln nur aus einem Stücke bestehen. Der Kropf soll vom Radumfange nicht mehr als 10 bis 25 mm abstehen, damit durch den übrig bleibenden Zwischenraum so wenig wie möglich Wasser entweichen kann. Was die Schaufeln bei Kropfrädern anlangt, so kann man diese ganz radial stellen, da sie nicht den Zweck haben, das Wasser in dem Rade zurückzuhalten; damit sie aber beim Austritte aus dem Unterwasser kein Wasser mit emporwerfen, ist es rathsam, wenigstens den Theil der Schaufel, welcher ins Unterwasser eingetaucht ist, so schief zu stellen, daß er bei dem Austritte aus demselben eine verticale Lage annimmt. Was die Schaufelzahl betrifft, so ist es hier ebenfalls zweckmäßig, dieselbe groß zu machen, nicht allein, weil dadurch der Wasserverlust durch den Spielraum zwischen Rad und Mantel kleiner ausfällt, sondern auch, weil bei einer engeren Schaufelstellung das Stoßgefälle kleiner und also das Druckgefälle größer wird. Gewöhnlich macht man die äußere Entfernung zwischen je zwei Schaufeln der Kranzbreite d gleich, oder nimmt sie 0,25 bis 0,4 m, auch wendet man zur Bestimmung der Schaufelzahl wohl eine der oben (§. 57) gegebenen Regeln an. Wesentlich nothwendig ist es aber, daß die mittelschlächtigen Räder hinreichend ventilirt werden, weil hier der eintretende Wasserstrahl beinahe den ganzen Querschnitt der Zellen ausfüllt, so daß die Luft nach außen nicht entweichen kann. Man muß deshalb in dem Radboden Spalten zum Entweichen der Luft aussparen, damit dieselbe nicht dem Eintritte des Wassers entgegenwirkt. Dies ist bei diesen Rädern um so nöthiger, da man sie bis zur Hälfte oder gar bis zwei Drittel ihres Fassungsraumes anfüllen läßt. Uebrigens kommen die mittelschlächtigen Räder vorzüglich bei einem Gefälle von 1,6 bis 5 m und bei einem Aufschlagsquantum von 0,2 bis 2,5 cbm pr. Secunde in Anwendung.

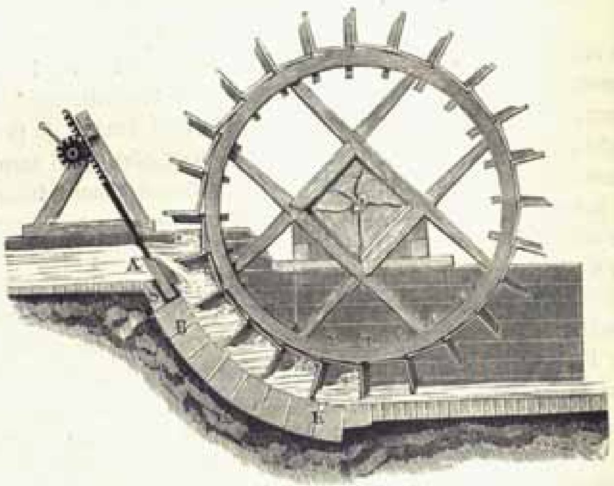
Fig. 225.



Anmerkung. Theoretische Untersuchungen und Versuche über mittel- und unterschlächtige Wasserräder, welche von innen beaufschlagt werden, sind in Schweden angestellt worden, worüber ausführlich gehandelt wird in dem Werke: Hydrauliska Försök etc. of Lagerhjelm, of Forselles och Kallstenius, Andra Delen, Stockholm, 1822. Egen beschreibt ein solches Rad in seinen Untersuchungen über den Effect einiger Wasserwerke ꝛc., Berlin 1831. Dieses Rad wurde vom Grafen de Thiville auf der Saline Neuwerk bei Werl erbaut, in der Erwartung, durch dasselbe einen großen Wirkungsgrad zu erlangen. Egen fand jedoch den Wirkungsgrad nur 59 Proc., obgleich dieses Rad ein Gefälle von 13,42 Fuß benutzte. Nach diesem Rade wurde ein anderes, aber nur 2 m hohes Rad in Frankreich erbaut (s. Bulletin de la société d'encouragement Nro. 282) und von Mallet untersucht; nach genauer Berechnung dieser Versuche scheint hiernach der Wirkungsgrad nicht größer als 60 Proc. ausgefallen zu sein. Egen sagt nun sehr recht, daß die Räder mit innerer Beaufschlagung nur in wenigen Fällen zu empfehlen sein möchten, weil sie nur eine geringe Breite (unter 4 Fuß) zulassen, und ohne dies eine große Festigkeit und Stabilität nie besitzen können.

§. 77. **Ueberfallschützen.** Die Wassereinführung bei mittelschlächtigen Wasserrädern ist sehr mannigfaltig, entweder wird das Wasser durch eine Ueberfallschütze, oder durch eine Leitschaufelschütze, oder durch eine

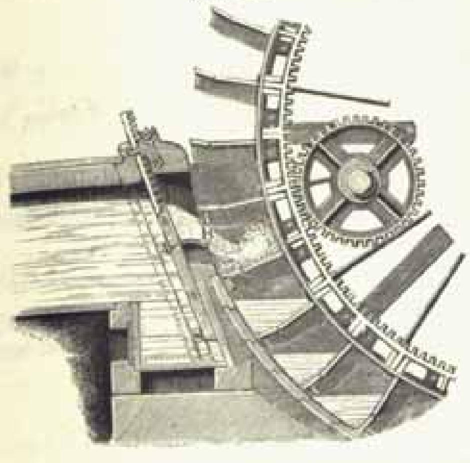
Fig. 226.



Spannschütze dem Rade zugeführt, selten fließt es aber ganz frei zu. Bei den Ueberfallschützen AS, welche in den Figuren 226 und 227 (a. f. S.) abgebildet sind, fließt das Wasser über den Kopf A des Schutzbrettes; damit es aber in der gehörigen Richtung eintrete, ist es nöthig, den Schützenkopf abzurunden, oder an denselben eine abgerundete Leitschaufel AB, Fig. 227,

anzusetzen. Diese Leitschaufel AB, Fig. 228, ist nach der Parabel zu krümmen, welche die tiefsten Wasserelemente bei ihrer freien Bewegung beschreiben, denn wollte man sie mehr krümmen, so würde ihr der Wasserstrahl gar nicht folgen, und gäbe man ihr weniger Krümmung, so würde entweder die Leitschaufelbreite und also auch die Reibung des Wassers auf der Leitschaufel größer ausfallen oder das Wasser nicht in der erforderlichen Richtung an das Rad gelangen.

Fig. 227.

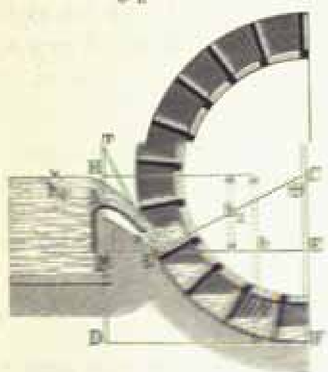


Der Theorie des Ausflusses durch Ueberfälle zufolge, hat man (siehe Thl. I) die Ausflußmenge, wenn e_1 die Mündungsweite, sowie h_0 die Druckhöhe HA, Fig. 228, über der Schwelle bezeichnet, und μ den Ausflußcoefficienten ausdrückt:

$$Q = \frac{2}{3} \mu e_1 h_0 \sqrt{2 g h_0} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

ist aber das Aufschlagquantum Q und die Mündungsweite e_1, da sie etwa 80 bis 100 mm kleiner als die Radweite e gemacht wird, gegeben, so folgt dann die Druckhöhe für den Ausfluß:

Fig. 228.



$$h_0 = \left(\frac{\frac{3}{2} Q}{\mu e_1 \sqrt{2g}}\right)^{\frac{2}{3}}$$

$$= 0{,}486 \left(\frac{Q}{\mu e_1}\right)^{\frac{2}{3}} \quad . \quad . \quad (2)$$

Nun ist noch die Geschwindigkeit c des bei B eintretenden Wassers durch ihr Verhältniß $\varkappa = \frac{c}{v}$ zur Radgeschwindigkeit v bestimmt, daher folgt auch das nöthige Gefälle zur Erzeugung dieser Geschwindigkeit:

$$HM = h_1 = \frac{c^2}{2g} = \frac{(\varkappa v)^2}{2g}$$

oder wegen des Verlustes beim Ausfluß, wie oben,

$$h_1 = 1{,}1 \, \frac{(\varkappa v)^2}{2g} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (3)$$

Gewöhnlich macht man $\varkappa = 2$, und daher ist

$$h_1 = 4{,}4 \, \frac{v^2}{2g} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (3^a)$$

zu setzen. Aus h_0 und h_1 folgt nun die Höhe AM der Kröpfung der Leitschaufel,

$$x = h_1 - h_0 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (4)$$

und ist nun das Totalgefälle $HD = h$, so bleibt für das Druckgefälle im Rade:

$$MD = EF = h_2 = h - h_1 \quad \ldots \ldots \quad (5)$$

übrig. Noch hat man, der Theorie der Wurfbewegung zufolge, den Neigungswinkel $TBM = \nu$ des Leitschaufelendes gegen den Horizont bestimmt durch die Formel:

$$AM = x = \frac{c^2 \sin \nu^2}{2g},$$

folglich ist

$$\sin \nu = \sqrt{\frac{x}{h_1}} = \sqrt{\frac{h_1 - h_0}{h_1}} \quad \ldots \ldots \quad (6)$$

und die Länge der Kröpfung der Leitschaufel:

$$MB = y = \frac{c^2 \sin 2\nu}{2g} = h_1 \sin 2\nu \quad \ldots \quad (7)$$

Endlich ist, wenn man noch die Forderung macht, daß das Wasser tangential an das Rad gelangt, der Radhalbmesser $CB = CF = a$ bestimmt durch die Gleichung:

$$a(1 - \cos \nu) = h - h_1,$$

also

$$a = \frac{h - h_1}{1 - \cos \nu} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (8)$$

Umgekehrt hat man für den Centriwinkel $BCF = \theta$ des wasserhaltenden Bogens:

$$\cos \theta = 1 - \frac{h - h_1}{a} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (9)$$

und, wenn man der letzten Bedingung nicht Genüge leistet, also ν nicht $= \theta$ macht, so hat man die Abweichung der Richtung des eintretenden Strahles von der Bewegungsrichtung der von ihm gestoßenen Schaufel:

$$\alpha = \theta - \nu \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (10)$$

Beispiel. Wenn bei einem mittelschlächtigen Rade mit Ueberfallschütze das Aufschlagwasserquantum $Q = 0{,}2$ cbm, das Totalgefälle $h = 2{,}5$ m, die Umfangsgeschwindigkeit $v = 1{,}5$ m ist, und das Füllungsverhältniß $^2/_5$ betragen soll, so hat man bei 0,3 m Radtiefe die erforderliche Radweite:

$$e = \tfrac{5}{2} \, \frac{Q}{dv} = \frac{5 \,.\, 0{,}2}{2 \,.\, 0{,}3 \,.\, 1{,}5} = 1{,}111 \text{ m}$$

und wenn man nun hiernach die Weite des Ueberfalles $= 1{,}030$ m macht und $\mu = 0{,}6$ setzt, so erhält man die Wasserstandshöhe:

$$h_0 = 0{,}486 \left(\frac{0{,}2}{0{,}6 \,.\, 1{,}03}\right)^{2/3} = 0{,}229 \text{ m}.$$

Nimmt man $\varkappa = {}^8/_5$ an, so erhält man das Gefälle zur Erzeugung der Eintrittsgeschwindigkeit:

$$c = \tfrac{8}{5}\, 1{,}5 = 2{,}4 \text{ m}; \; h_1 = 1{,}1 \,.\, 0{,}051 \,.\, 2{,}4^2 = 0{,}323 \text{ m},$$

und daher die Höhe der Schaufelkröpfung:

$$x = 0{,}323 - 0{,}229 = 0{,}094 \text{ m},$$

ferner für den Neigungswinkel des Leitschaufelendes:

$$\sin \nu = \sqrt{\frac{0{,}094}{0{,}323}} = 0{,}5395,$$

hiernach $\nu = 32^0\,40'$, und die Länge der Leitschaufelkröpfung:

$$y = 0{,}323 \sin 65^0\,20' = 0{,}294 \text{ m}.$$

Um das Wasser tangential einzuführen, müßte das Rad den großen Halbmesser

$$a = \frac{h - h_1}{1 - \cos \nu} = \frac{2{,}5 - 0{,}323}{1 - 0{,}8418} = 13{,}75 \text{ m}$$

erhalten; wenn man es aber nur 8 m hoch macht, also $a = 4$ m annimmt, so erhält man für den Centriwinkel θ des wasserhaltenden Bogens:

$$\cos \theta = 1 - \frac{2{,}5 - 0{,}323}{4} = 0{,}4558$$

also $\theta = 62^0\,53'$ und die Abweichung der Bewegungsrichtung des Wassers von der des Rades an der Eintrittsstelle:

$$\alpha = \theta - \nu = 62^0\,53' - 32^0\,40' = 30^0\,13'.$$

Spann- und Coulissenschützen. Die Beaufschlagung eines §. 78.
mittelschlächtigen Rades durch eine Spannschütze führt Fig. 229 (a. f. S.) vor Augen. Es ist hier das übrigens so nahe wie möglich an das Rad gerückte Schutzbrett AD unten sehr dick und gut abgerundet, damit das Wasser in gehöriger Richtung und ohne Contraction durch die Schutzöffnung fließe. Aus demselben Grunde ist auch das Ende A des Gerinnbodens parabolisch zu formen. Die Höhe $BE = DF = h_2$, Fig. 230 (a. f. S.), des Kropfes bestimmt sich aus dem Totalgefälle $RF = h$ und der Geschwindigkeitshöhe

$$HM = h_1 = 1{,}1 \, \frac{c^2}{2g} = 1{,}1 \, \frac{\varkappa^2 v^2}{2g}$$

durch die Formel $h_2 = h - h_1$, folglich der entsprechende Centriwinkel

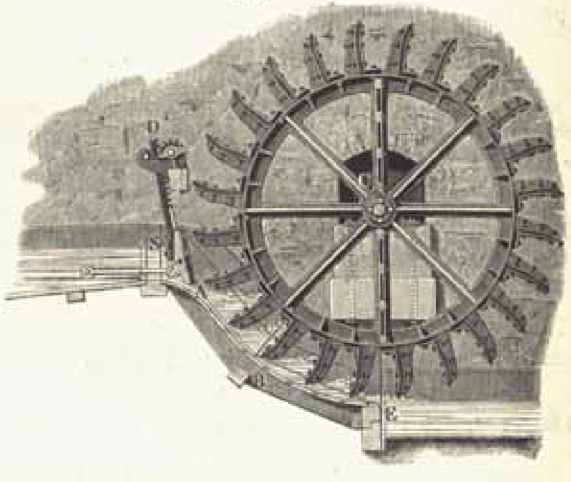
$$BCF = \theta,$$

indem man setzt:

$$\cos\theta = \frac{CD}{CB} = \frac{a - h_2}{a} = 1 - \frac{h - h_1}{a} \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

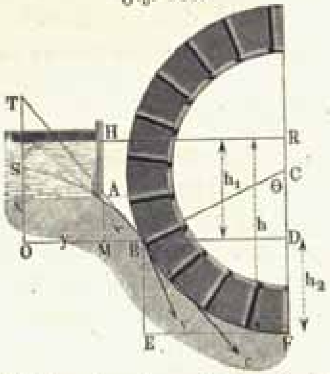
Wenn man nun das Wasser tangential einführen will, so muß man die

Fig. 229.



Neigung $TBO = \nu$ des Wasserstrahles gegen den Horizont $= \theta$ setzen, und hiernach die Coordinaten $SO = x$ und $OB = y$ des Parabelscheitels S durch die Formeln

Fig. 230.



$$x = \frac{c^2 \sin\theta^2}{2g} \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

und

$$y = \frac{c^2 \sin 2\theta}{2g} \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

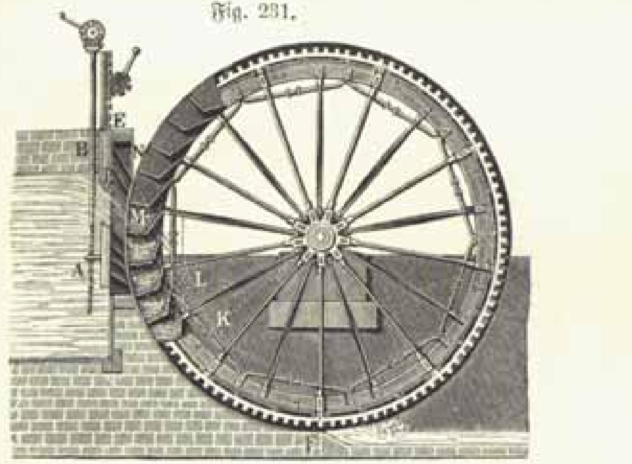
bestimmen.

Man hat aber nicht nöthig, die Schutzöffnung genau in den Parabelscheitel S zu legen, sondern man kann dieselbe nach jedem anderen Punkte A des Parabelbogens SB versetzen, nur muß dafür gesorgt werden, daß die Mündungsaxe tangential an die Parabel zu liegen komme (s. §. 62).

Eine dritte Wassereinführung besteht in der **Schütze mit Leitschaufeln** oder in der **Coulissenschütze** AB, Fig. 231 (a. f. S.). Man wird diese besonders dann mit großem Vortheil anwenden, wenn der Wasserstand im

Aufschlaggerinne sehr veränderlich ist. Der in Fig. 231 abgebildete Apparat besteht aus zwei Schutzbrettern A und B, wovon jedes für sich gestellt werden kann, so daß dadurch nicht allein die Druckhöhe, sondern auch die Ausflußöffnung zu reguliren ist. Eine tangentiale Einführung des Wassers in das Rad ist durch den Leitschaufelapparat DE nicht möglich, man muß sich vielmehr damit begnügen, die Richtungen der Leitschaufeln noch 20 bis 30 Grad von den Tangentialrichtungen abweichen zu lassen. Das Wasser läuft zwischen den Leitschaufeln hindurch nach demselben Gesetze, welches für kurze Ansatzröhren gilt; es ist daher in der Regel der Ausflußcoefficient $\mu = 0,82$ und nur bei genauer Abrundung von innen, $\mu = 0,90$ an-

Fig. 231.



zunehmen. Aus diesem Grunde fällt dann auch der Widerstandscoefficient größer aus, als bei der Ueberfall- und bei der Spannschütze. Nehmen wir für μ den Mittelwerth 0,85 an, so erhalten wir die zur Erzeugung der Geschwindigkeit c nöthige Druckhöhe:

$$h_1 = \left(\frac{1}{0,85}\right)^2 \frac{c^2}{2g} = 1,384\,\frac{c^2}{2g} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

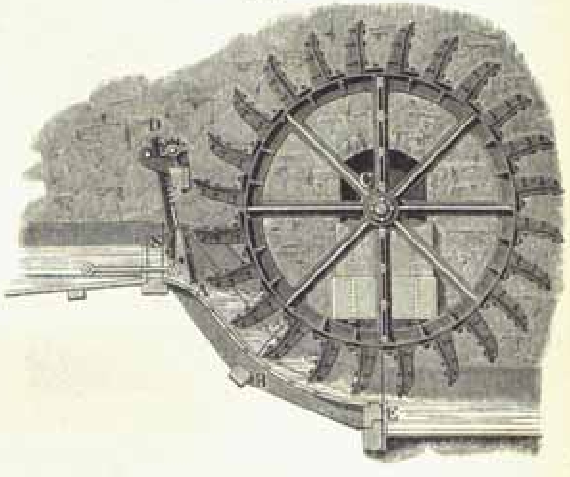
und es ist hiernach die von dem Totalgefälle h übrigbleibende Höhe des Kropfes oder wasserhaltenden Bogens:

$$h_2 = h - h_1 = h - 1,384\,\frac{\varkappa^2 v^2}{2g} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Bei veränderlichem Wasserstande macht man die Anordnung für den mittleren Wasserstand, indem man das äußerste Ende M der mittleren Leitschaufel um die letzte Höhe h_2 über den Fuß F des Rades legt. Um sämmtliche Leitschaufeln, deren Normalabstand etwa 80 mm gemacht wird, unter gleichen Winkeln gegen den Radumfang zu stellen, legt man sie tangential an einen zum Radumfange concentrischen Kreis KL, der durch die Richtung DK der ersten Leitschaufel bestimmt wird.

§. 79. **Kropf- und Radconstructionen.** Der Mantel oder sogenannte Kropf, womit man die mittelschlächtigen Räder umgiebt, um das Wasser in denselben so lange wie möglich zurückzuhalten, wird entweder von Steinen (s. Fig. 226) oder von Holz (s. Fig. 229) gebildet. Jedenfalls wird der Zweck eines Kropfes um so mehr erfüllt, je kleiner der Spielraum zwischen den äußersten Kanten der Radschaufeln und der von dem Kropfboden gebildeten Cylinderfläche ist, weil durch diesen Spielraum dem Wasser Gelegen-

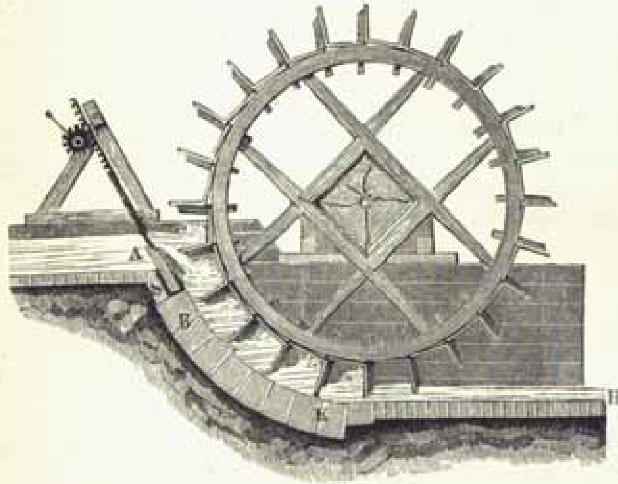
Fig. 232.



heit zum Entweichen gegeben wird. Bei den besten Constructionen macht man diesen Zwischenraum 12 mm, doch findet man ihn auch 25 und nicht selten sogar 50 mm weit. Bei hölzernen Rädern und hölzernen Kröpfen genügt deshalb ein Spielraum von 12 mm Weite nicht, weil diese leichter und öfters unrund werden, so daß endlich gar ein Anstreifen des Rades am Kropfe zu befürchten ist. Bei eisernen Rädern und Kropfgerinnen aus Quadersteinen fallen bedeutende Deformationen nicht vor, weshalb man hier allerdings dem Spielraume nur 12 bis 14 mm Weite geben soll. Räder mit enganschließenden Kröpfen können durch feste Körper, wie z. B. durch Holz- oder Eisstücke, die durch das Wasser zugeführt werden, bedeutende Beschädigungen erleiden; deshalb ist es denn auch nöthig, diese Körper durch Rechen, welche vor der Schütze aufzustellen sind, von dem Zutritte zum Rade abzuhalten. Wenn dies, freilich zum Nachtheile der Wirkung des Rades, nicht

oder nur unvollkommen geschieht, so ist allerdings der Spielraum des Rades im Kropfe sehr weit zu machen. Zu steinernen Kröpfen wählt man gern sehr große Sandsteinquader und verbindet dieselben durch Cement oder hydraulischen Kalk; hölzerne Kröpfe AE, Fig. 232, werden aus Kropfschwellen A, B, E, Kropfbalken AB, BE und aus Kropfdielen, welche quer über die letzteren zu liegen kommen, gebildet. In der Regel befestigt man auf die Kropfdielen noch besondere Wasserbänke, welche das Rad zu beiden Seiten umfassen, um dadurch das seitliche Entweichen des Wassers zu verhindern. Wenn das Wasser im Abzugscanale mit derselben Geschwindigkeit abfließen kann, mit welcher das Rad umläuft, so kann man den Kropf AE, Fig. 233, unter dem Untertheile des Rades, in der Sohle

Fig. 233.



EH des Abzugscanales auslaufen lassen; wenn aber das Wasser langsamer abfließt, als das Rad umläuft, oder wenn gar Aufstauungen des Unterwassers zu befürchten sind, so muß man einen Absatz E, Fig. 232, zwischen dem Kropfe und dem Abzugscanale herstellen.

Was endlich die Radconstructionen anlangt, so findet ein Unterschied zwischen den ober- und mittelschlächtigen Rädern schon darin statt, daß jene nur Zellen-, diese aber in der Regel bloße Schaufelräder sind; nächstdem weichen diese Räder auch in der Art und Weise der Verbindung der Schaufeln mit den Kränzen von einander ab. Man unterscheidet hiernach Stabe- und Strauberäder von einander, und rechnet nun zu den Staberädern diejenigen, bei welchen die Schaufeln zwischen zwei Kränzen befestigt sind, zu Strauberädern aber diejenigen, deren Schaufeln auf kurzen Armen (Kolben oder Schaufelarmen) aufsitzen, welche radial aus dem

Radkranze hervorragen. Fig. 231 ist ein Staberad, Fig. 232 und 233 aber sind Strauberäder; Fig. 233 ist ein hölzernes und Fig. 232 ein eisernes Strauberad. Schmale Strauberäder haben nur einen, weite aber haben, wie die Staberäder, zwei Kränze. Die Kränze der Strauberäder sind jedoch schmaler als die der Staberäder. Bei den hölzernen Rädern sind die Schaufelarme durch die aus zwei Felgenlagen gebildeten Kränze hindurchgesteckt, oder zwischen denselben schwalbenschwanzförmig eingelegt; bei den eisernen Rädern aber werden sie entweder mit den einzelnen Kranzsegmenten aus einem Stücke gegossen oder auf diese aufgeschraubt. Die Schaufeln sind gewöhnlich von Holz, und werden auf ihre Arme aufgeschraubt. Der Radboden liegt hier auf dem äußeren Umfang des Radkranzes und umschließt das Rad nicht vollständig, indem in ihm Spalten zum Entweichen der Luft ausgespart sind, wie die Figuren 232 und 233 vor Augen führen. Uebrigens sind auch diese Räder entweder Stern- oder Sattelräder (s. §. 56).

§. 80. **Einführung des Wassers.** Die Regeln über die Einführung des Wassers in ein Kropfrad, Fig. 234, sind im Allgemeinen dieselben wie bei den Zellenrädern. Aus der Geschwindigkeit $c = \varkappa v$ des bei A eintretenden Wassers folgt das nöthige Gefälle zur Erzeugung derselben:

$$h_1 = 1,1 \frac{c^2}{2g} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

und daher das übrigbleibende, der Kropfhöhe gleiche Druckgefälle im Rade:

$$FB = h_2 = h - h_1 = h - 1,1 \frac{c^2}{2g} \quad . \; . \; . \; . \quad (2)$$

Giebt man noch den Radhalbmesser $CA = CF = a$, so läßt sich der Winkel $ACF = \theta$, um welchen die Eintrittsstelle A vom Radtiefsten F absteht, durch die Formel

$$\cos ACF = \frac{CB}{CA} = \frac{CF - FB}{CA},$$

d. i.

$$\cos \theta = \frac{a - h_2}{a} = 1 - \frac{h_2}{a} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (3)$$

berechnen.

Da der Zutrittswinkel $vAc = \alpha$ (10 bis 20 Grad) als gegeben anzusehen ist, so kann man hier auch den Neigungswinkel des in A eintretenden Wasserstrahles gegen den Horizont

$$cAB = \nu = \theta - \alpha \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (4)$$

bestimmen, woraus sich wieder die Coordinaten des Scheitels O von dem einfallenden Parabelbogen:

$$OM = x = \frac{c^2 \sin \nu^2}{2g} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (5)$$

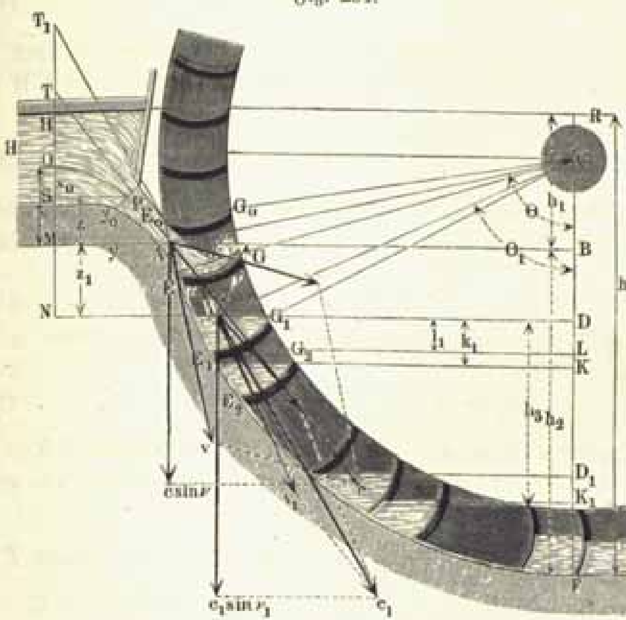
und

$$MA = y = \frac{c^2 \sin 2\nu}{2g} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (6)$$

ergeben.

Legt man nun die Mitte P der Schützenmündung um $MS = z$ über

Fig. 234.



die Eintrittsstelle A, so erhält man die Coordinaten von P in Hinsicht auf O:

$$OS = x_0 = x - z \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (7)$$

und

$$SP = y_0 = y \sqrt{\frac{x - z}{x}} = y \sqrt{1 - \frac{z}{x}} \quad . \; . \; . \; . \quad (8)$$

sowie für die Neigung der Axe des Strahles beim Austritt P:

$$\tan \nu_0 = \frac{2 x_0}{y_0} = \frac{2 \sqrt{x (x - z)}}{y} \quad . \; . \; . \; . \quad (9)$$

Kennt man die senkrechte Tiefe $MN = z_1$, um welche das Wasser im Rade sinkt, bis es vollständig zum Stoße gelangt, so hat man für die Coordinaten des Punktes W, wo dieser Stoß beendet ist,

$$ON = x_1 = x + z_1 \quad \ldots \quad (10)$$

und

$$NW = y_1 = y\sqrt{\frac{x_1}{x}} = y\sqrt{1 + \frac{z_1}{x}} \quad \ldots \quad (11)$$

sowie für den Neigungswinkel DWc_1 des Wasserstrahles in W gegen den Horizont:

$$tang\, v_1 = \frac{2x_1}{y_1} = \frac{2\sqrt{x(x + z_1)}}{y} \quad \ldots \quad (12)$$

Ferner folgt für den Winkel $WCF = \theta_1$, um welchen der Punkt W vom Radfuße F abweicht, wenn a_1 den mittleren Radhalbmesser CW bezeichnet,

$$\cos\theta_1 = \frac{CD}{CW} = \frac{a\cos\theta + z_1}{a_1} \quad \ldots \quad (13)$$

und der Winkel $c_1 W v_1 = \alpha_1$, um welchen die Richtung der Endgeschwindigkeit c_1 des Wassers in W von der der Radgeschwindigkeit v_1 daselbst abweicht,

$$\alpha_1 = \theta_1 - v_1 \quad \ldots \quad (14)$$

Endlich ist, wie oben, die Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser in W aufschlägt,

$$c_1 = \sqrt{c^2 + 2gz_1} \quad \ldots \quad (15)$$

Die letzteren Bestimmungen setzen voraus, daß die Fallhöhe $MN = z_1$ bekannt sei. Diese ist daher vorher, und zwar auf dem im Folgenden angegebenen Näherungswege zu finden.

In der Zeit $t = \frac{EE_1}{v} = \frac{s}{v}$, während welcher die Schaufel EG, welche der Schaufel E_0G_0 unmittelbar vorausgeht, einen Weg $EE_1 = s$ zurücklegt, macht das von E_0G_0 abgeschnittene Einfallwasser den Weg AW, dessen Verticalprojection $= MN = z_1$ ist. Da die verticalen Componenten der Geschwindigkeit des Wasserstrahles in A und W

$$c\sin v \text{ und } c_1 \sin v_1$$

sind, so folgt die mittlere Geschwindigkeit, mit welcher z_1 durchlaufen wird:

$$\frac{c\sin v + c_1 \sin v_1}{2},$$

und daher auch

$$t = \frac{2z_1}{c\sin v + c_1 \sin v_1} \quad \ldots \quad (16)$$

Hiernach ist

$$\frac{s}{v} = \frac{2z_1}{c\sin v + c_1 \sin v_1}$$

und daher der Weg, welchen die Schaufel während der Füllung durchläuft:

$$s = \frac{2z_1 v}{c\sin v + c_1 \sin v_1} \quad \ldots \quad (17)$$

Nimmt man nun erst für z_1 einen Näherungswerth an, und berechnet mit Hülfe dieser Formel s, so kann man auch die entsprechende Stelle der Schaufel E_1G_1 aufzeichnen; und trägt man über dieselbe den Querschnitt $F = \frac{V}{e}$ des Wasserkörpers zwischen je zwei Schaufeln, so kann man untersuchen, ob die Oberfläche W des letzteren die angenommene Tiefe $MN = z_1$ unter dem Eintrittspunkte A hat. Ist dies nicht der Fall, so muß man ein anderes z_1 annehmen, s von Neuem bestimmen, und die vorige Probe wiederholen. Findet auch dann noch keine Uebereinstimmung zwischen den angenommenen und bestimmten Werthen von z_1 statt, so ist dieses Verfahren nochmals anzuwenden.

Leistung der Kropfräder. Die Leistung der Räder im Kropfgerinne zerfällt, wie bei einem oberschlächtigen Rade, in eine Stoß- und in eine Druckwirkung; es ist auch die Formel für die Leistung beider genau dieselbe, nur macht die Bestimmung des Wasserverlustes verschiedene Rechnungen nöthig, denn während dort dieser Verlust in dem allmäligen Ablaufen des Wassers aus den Zellen seinen Grund hat, entsteht er hier durch das Entweichen des Wassers in dem Zwischenraume zwischen dem Rade und dem Kropfe. Wir haben also hier zu untersuchen, auf welche Weise und in welcher Menge das Wasser in diesem Zwischenraume, den man deshalb auch den schädlichen Raum nennen kann, erfolgt, und müssen hiernach die Wirkung, welche dadurch dem Rade entzogen wird, berechnen. Setzen wir nun, wie bei den oberschlächtigen Rädern, die Eintrittsgeschwindigkeit des Wassers in den Theilkreis des Rades $= c_1$, die Geschwindigkeit des Rades im Theilkreise $= v_1$ und den Winkel $c_1 W v_1$, Fig. 235, zwischen den Richtungen dieser Geschwindigkeiten $= \alpha_1$, so haben wir wieder die Stoßleistung: §. 81.

$$L_1 = \frac{c_1 \cos\alpha_1 - v_1}{g} v_1 Q\gamma \quad \ldots \quad (1)$$

Bezeichnen wir ferner den Niveauabstand DK_1 zwischen dem Eintrittspunkte W und der Oberfläche des Unterwassers durch h_3, und nehmen wir an, daß von dem Aufschlagquantum Q nur der Theil $Q_1 = \xi Q$ im Kropfe zur Wirkung gelange, so können wir die Druckleistung des Wassers $L_2 = \xi h_3 Q\gamma$, und genau wie bei einem oberschlächtigen Rade die Totalleistung

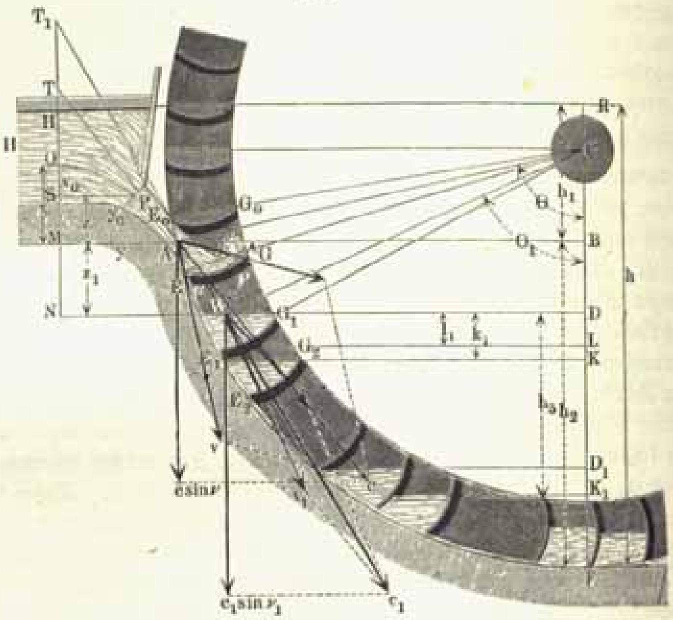
$$L = Pv = \left(\frac{c_1 \cos\alpha_1 - v_1}{g} v_1 + \xi h_3\right) Q\gamma \quad \ldots \quad (2)$$

setzen.

Um mit Hülfe der vorstehenden Formel die Leistung des Kropfrades berechnen zu können, ist noch nöthig das Verhältniß $\xi = \frac{Q_1}{Q}$ zu ermitteln.

Der Arbeitsverlust, welcher aus dem Entweichen des Wassers durch den Spielraum des Rades im Kropfe hervorgeht, ist bei dem Stoße des Wassers unbedeutend, da der eintretende Wasserstrahl diesen Spielraum in der Regel nicht unmittelbar trifft; anders ist es aber während der Druckwirkung desselben, denn hier findet ein ununterbrochener Wasserverlust statt,

Fig. 235.



während eine Schaufel $E_1 G_1$ nach und nach in tiefere Stellungen $E_2 G_2$ u. s. w. kommt, ehe sie die tiefste Stelle F erreicht. Es bildet hier der Spielraum Ausflußöffnungen $E_1, E_2 \ldots$, durch welche das Wasser mit veränderlichen Druckhöhen ausfließt.

Bezeichnen wir wieder die Radweite durch e, und die Weite des Spielraumes oder den kürzesten Abstand der Radschaufeln vom Kropfboden durch σ, so können wir den Querschnitt der Oeffnung, durch welche das Wasser aus einer Zelle in die nächst tiefere fließt, gleich σe setzen; und sind nun während des allmäligen Niederganges der Zelle die Druckhöhen oder Tiefen DL der Ausflußmündung unter den darüber stehenden Wasserspiegeln nach

und nach l_1, l_2 u. s. w., so folgen die entsprechenden Ausflußgeschwindigkeiten

$$v_1 = \sqrt{2 g l_1},\quad v_2 = \sqrt{2 g l_2} \text{ u. s. w.,}$$

und Ausflußmengen innerhalb eines Zeitelementes τ

$$V_1 = \sigma e \tau \sqrt{2 g l_1},\quad V_2 = \sigma e \tau \sqrt{2 g l_2} \text{ u. s. w.;}$$

oder, wenn man noch einen Ausflußcoefficienten μ einführt,

$$V_1 = \mu \sigma e \tau \sqrt{2 g l_1},\quad V_2 = \mu \sigma e \tau \sqrt{2 g l_2} \text{ u. s. w.}$$

Diese Wassermengen sinken unbenutzt von den Höhen $DK = k_1, k_2$ u. s. w. herab, um welche je zwei benachbarte Wasserspiegel in den Radzellen von einander abstehen; es sind daher die durch die Wasserverluste V_1, V_2 u. s. w. herbeigeführten Arbeitsverluste:

$$V_1 k_1 \gamma = \mu \sigma e \tau \sqrt{2 g l_1}\,.\,k_1 \gamma,\quad V_2 k_2 \gamma = \mu \sigma e \tau \sqrt{2 g l_2}\,.\,k_2 \gamma \text{ u. s. w.}$$

Die Summe dieser Verluste giebt den Arbeitsverlust der Radzelle

$$A_1 = \mu \sigma e \tau \sqrt{2 g}\,.\,\gamma\,(k_1 \sqrt{l_1} + k_2 \sqrt{l_2} + \cdots) \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Nun ist aber die Länge des Kropfes gleich θa und die Zeit, während eine Schaufel denselben mit der Geschwindigkeit v durchläuft:

$$t = \frac{\theta a}{v};$$

setzt man daher $\tau = \frac{t}{n_1}$, unter n_1 eine beliebige ganze Zahl verstanden, so folgt

$$A_1 = \mu \sigma e \frac{\theta a}{v} \sqrt{2 g}\,.\,\gamma\,\frac{k_1 \sqrt{l_1} + k_2 \sqrt{l_2} + \cdots}{n_1} \quad . \quad . \quad (4)$$

Zieht man diesen Arbeitsverlust von der Arbeit $A = V h_3 \gamma = F e h_3 \gamma$ ab, welche das Wasser einer Schaufel beim Herabsinken von der Kropfhöhe verrichten würde, wenn kein Wasserverlust statt hätte, so erhält man die wirkliche Arbeit des Wassers einer Schaufel

$$A - A_1 = F e h_3 \gamma \left(1 - \mu \sigma \frac{\theta a}{F v} \sqrt{2 g}\, \frac{k_1 \sqrt{l_1} + k_2 \sqrt{l_2} + \cdots}{n_1 h_3}\right) (5)$$

und daher die entsprechende Arbeit des Wassers durch Druck bei z Schaufeln und n Umdrehungen des Rades pro Minute:

$$L_2 = \frac{n z}{60}(A - A_1) = \frac{n z}{60} F e h_3 \gamma \left(1 - \frac{\mu \sigma \theta a \sqrt{2 g}}{F v}\, \frac{k_1 \sqrt{l_1} + k_2 \sqrt{l_2} \ldots}{n_1 h_3}\right)$$

$$= \left(1 - \frac{\mu \sigma \theta a \sqrt{2 g}}{F v}\, \frac{k_1 \sqrt{l_1} + k_2 \sqrt{l_2} + \cdots}{n_1 h_3}\right) Q h_3 \gamma \quad . \quad . \quad (6)$$

oder mit Anwendung der Simpson'schen Regel und für $n_1 = 4$

$$L_2 = \left(1 - \frac{\mu \sigma \theta a \sqrt{2g}}{F v} \frac{k_0 \sqrt{l_0} + 4 k_1 \sqrt{l_1} + 2 k_2 \sqrt{l_2} + 4 k_3 \sqrt{l_3} + k_4 \sqrt{l_4}}{12\, h_3}\right) Q h_3 \gamma \quad (7)$$

Es fällt folglich die Druckleistung des Wassers im Kropfe um so größer aus, je größer die Radgeschwindigkeit v und je größer der Querschnitt F des Wassers einer Zelle, d. i. je stärker die Radfüllung ist.

Um die Rechnung ausführen zu können, hat man den Bogen $E_1 F$ in n_1, z. B. in vier gleiche Theile zu theilen, durch die Theilpunkte Schaufeln zu legen, über dieselben die Querschnittsfläche aufzutragen und die Höhen $k_1, k_2 \ldots$ sowie $l_1, l_2 \ldots$ mit dem Zirkel abzunehmen. Hierbei ist nicht außer Acht zu lassen, daß an den Stellen, wo das Wasser aus einer Zelle unter dem Wasser der vorausgehenden ausfließt, die Werthe $l_1, l_2 \ldots$ in die von $k_1, k_2 \ldots$ übergehen (s. Thl. I).

Auch fließt noch Wasser seitwärts durch den Raum zwischen den Radkränzen und dem Kropfboden ab, weil die Einfassungswände oder sogenannten Wasserbänke nicht genau an die äußeren Stirnflächen der Radkränze anschließen, sondern 20 bis 50 mm davon abstehen. Der Inhalt der Ausflußöffnung ist hier $b\sigma$, wenn b den Bogen bezeichnet, in welchem das Wasser einer Zelle den Kropf berührt, die Druckhöhen sind die veränderlichen Abstände m_1, m_2 u. s. w. der Oberfläche des Wassers in der niederen gehenden Zelle über der unteren Kante der Schaufel, welche diese Zelle bildet, und das verlorene Gefälle ist der veränderliche Abstand p_1, p_2 u. s. w. dieses Wasserspiegels von dem tiefsten Wasserspiegel K_1. Aus diesen Höhen $m_1, m_2 \ldots$ und $p_1, p_2 \ldots$ folgt der Arbeitsverlust, welcher aus dem Entweichen des Wassers auf diesem Wege hervorgeht,

$$A_2 = \tfrac{2}{3} \mu \sigma b \frac{\theta a}{v} \sqrt{2g} \,.\, \gamma \frac{p_1 \sqrt{m_1} + p_2 \sqrt{m_2} + \cdots}{n_1} \quad \ldots \quad (8)$$

und es ist daher bei Inbetrachtnahme von beiden Wasserverlusten, wenn man nur drei Schaufelstellungen in Betracht zieht, die Druckleistung

$$L_2 = \left[1 - \frac{\mu \sigma \theta a \sqrt{2g}}{6 F v h_3} \left(k_0 \sqrt{l_0} + 4 k_1 \sqrt{l_1} + k_2 \sqrt{l_2} + \tfrac{2}{3} \frac{b}{e} \left(p_0 \sqrt{m_0} + 4 p_1 \sqrt{m_1} + p_2 \sqrt{m_2}\right)\right)\right] Q h_3 \gamma \quad \ldots \quad (9)$$

Setzt man diese Arbeit $L_2 = \xi Q h_3 \gamma$, so hat man folglich

$$\xi = 1 - \frac{\mu \sigma \theta a \sqrt{2g}}{6 F v h_3} \left[k_0 \sqrt{l_0} + 4 k_1 \sqrt{l_1} + k_2 \sqrt{l_2} + \tfrac{2}{3} \frac{b}{e} \left(p_0 \sqrt{m_0} + 4 p_1 \sqrt{m_1} + p_2 \sqrt{m_2}\right)\right] \quad \ldots \quad (10)$$

Andere Arbeitsverluste. Ein weiterer Verlust tritt noch dann ein, wenn die Oberfläche des Unterwassers nicht mit der Oberfläche des Wassers in der tiefsten Zelle in einerlei Niveau steht, wie z. B. in Fig. 236 vor Augen geführt wird; denn hier fließt sogleich Wasser aus der Zelle BDD_1B_1, §. 82.

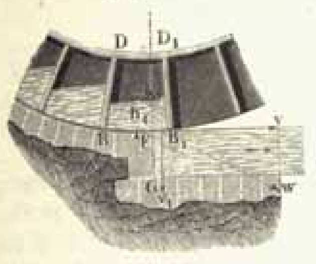


Fig. 236.

wenn die Schaufel B_1D_1 die Schwelle FG überschritten hat, es nimmt also dasselbe außer der Radgeschwindigkeit v noch eine Geschwindigkeit an, welche durch den Niveauabstand FK erzeugt wird. Dieser Niveauabstand ist aber veränderlich, er hat im ersten Augenblicke, wenn die Schaufel über die Schwelle weggegangen und die Oeffnung bei F entstanden ist, seinen größten Werth, wird aber immer kleiner und kleiner, je mehr Wasser aus dem Raume BDD_1B_1 geflossen ist, und fällt endlich Null aus, wenn beide Wasserspiegel in einerlei Niveau gekommen sind, also der Ausfluß durch B_1F beendigt ist. Der mittlere Werth dieses Niveauabstandes läßt sich $\frac{1}{2} h_4$ setzen, wenn h_4 die anfängliche Tiefe des Wassers in der untersten Zelle ist, und daher ist der Verlust an Gefälle in Folge der Geschwindigkeit des abfließenden Wassers nicht $\frac{v^2}{2g}$, sondern $\frac{w^2}{2g} = \frac{v^2}{2g} + \frac{1}{2} h_4$; da wir indessen den der Geschwindigkeitshöhe $\frac{v^2}{2g}$ entsprechenden Verlust an Leistung schon beim Stoße in Abzug gebracht haben, so bleibt hier nur noch die Leistung

$$L_4 = \tfrac{1}{2} Q h_4 \gamma \quad \ldots \quad (11)$$

von der gefundenen Nutzleistung abzuziehen. Man ersieht hieraus, daß es nicht vortheilhaft ist, unter dem Kropfrade einen Abfall anzubringen, daß sich daher nur dann seine Anwendung rechtfertigen läßt, wenn man einen veränderlichen Unterwasserstand hat, so daß bei hohem Wasser zu befürchten ist, daß das Rad im Wasser watet, indem das Wasser im Untertheile des Rades tiefer steht als im Abzugsgraben.

Außerdem lassen sich noch mehrere Arbeitsverluste des Kropfrades angeben. Zunächst haben wir zu berücksichtigen, daß das Wasser bei seiner Bewegung im Kropfgerinne eine Reibung zu überwinden hat, deren Coefficient ζ nach Thl. I für Geschwindigkeiten von 1,2 bis 2 m 0,00769 gesetzt werden kann. Der entsprechende Gefällverlust ist dabei

$$h_5 = \zeta \frac{l p}{F} \frac{v^2}{2g} \quad \ldots \quad (12)$$

daher hier, wo l die Länge des Kropfes, p den Umfang und F den Inhalt des Wasserprofiles bezeichnet, also

$$\frac{p}{F} = \frac{e + d}{\frac{1}{2}\, de} \text{ annähernd } = \frac{2}{d}$$

gesetzt werden kann,

$$h_5 = \zeta\, \frac{2\, l}{d}\, \frac{v^2}{2\, g} = 0,000784\, \frac{l}{d}\, v^2 \text{ m}$$

und der entsprechende Verlust an mechanischer Arbeit ist:

$$L_5 = 0,000784\, \frac{l v^2}{d}\, Q\gamma \text{ mkg} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (13)$$

Endlich müssen wir auch den Widerstand der Luft gegen die Bewegung der Schaufeln, und vielleicht auch noch den, welchen die Radarme zu überwinden haben, berücksichtigen. Der Widerstandscoefficient der Luft ist hier nach Thl. I, $\zeta = 1,25$, und die Formel für diesen Widerstand

$$W = \zeta F \gamma\, \frac{v^2}{2\, g},$$

wo F die Fläche, sowie γ die Dichtigkeit der Luft bezeichnet. Führen wir nun nach Thl. I $\gamma = 1,25$ kg ein, so erhalten wir den Widerstand

$$W = 0,08\, F v^2,$$

oder, wenn wir die Fläche gleich setzen dem Inhalte $z d e$ sämmtlicher z Schaufeln des Rades, denselben

$$W = 0,08\, z d e v^2 \text{ kg},$$

und demnach den entsprechenden Verlust an mechanischer Leistung:

$$L_6 = 0,08\, z d e v^3 \text{ mkg} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (14)$$

Bei den gewöhnlichen Verhältnissen betragen alle diese Verluste zusammen nur wenige Procente der ganzen Radleistung, wie wir auch an einem Beispiele weiter unten sehen werden.

§. 83. **Leistungsformel.** Wir können nun einen Ausdruck für die vollständige Leistung eines Kropfrades angeben, wenn wir außer den im vorigen Paragraphen gefundenen Arbeitsverlusten auch die Arbeit der Zapfenreibung in Betracht ziehen. Nach dem Vorstehenden ist die Druckwirkung des Wassers $= \xi Q h_3 \gamma$ und wenn wir, wie bei den oberschlächtigen Wasserrädern, die Arbeit der Zapfenreibung $\varphi\, \frac{r}{a}\, G v$ setzen, so bleibt die Nutzleistung

$$L = P v = \left(\frac{c_1 \cos \alpha_1 - v_1}{g}\, v_1 + \xi h_3\right) Q \gamma - \varphi\, \frac{r}{a}\, G v. \quad . \quad (15)$$

übrig.

Bezeichnen wir das Totalgefälle, vom Wasserspiegel des Oberwassers bis zur Oberfläche des Unterwassers gemessen, durch h, so können wir wieder

$$h_3 = h - 1,1\, \frac{c_1^2}{2\, g}$$

setzen, und erhalten nun:

$$L = \left[\frac{c_1 \cos \alpha_1 - v_1}{g}\, v_1 + \xi \left(h - 1,1\, \frac{c_1^2}{2\, g}\right)\right] Q \gamma - \varphi\, \frac{r}{a}\, G v \quad (16)$$

Diejenige Eintrittsgeschwindigkeit c_1, welche die größte Leistung ergiebt, erhält man durch

$$\frac{\partial L}{\partial c_1} = 0,$$

d. h. aus

$$\frac{v_1 \cos \alpha_1}{g} - 1,1\, \xi\, \frac{2\, c_1}{2\, g} = 0,$$

zu:

$$c_1 = \frac{v_1 \cos \alpha_1}{1,1\, \xi} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (17)$$

und hiermit folgt die entsprechende Maximalleistung:

$$L = \left[\xi h - \left(2 - \frac{\cos^2 \alpha_1}{1,1\, \xi}\right) \frac{v_1^2}{2\, g}\right] Q \gamma - \varphi\, \frac{r}{a}\, G v. \quad . \quad (18)$$

Die Formel $c_1 = \frac{v_1 \cos \alpha_1}{1,1\, \xi}$ giebt uns, da α_1 klein, also $\cos \alpha_1$ nahe 1 und ebenso $1,1\, \xi$ nahe $= 1$ ist, auch c_1 nahe $= v_1$; wegen der leichteren und sichereren Einführung des Wassers in die Zellen macht man aber $c_1 \cos \alpha_1 = 2\, v_1$, läßt also das Wasser noch einmal so schnell in das Rad eintreten, als dieses umläuft, weshalb man die effective Radleistung nach (16) zu

$$L = \left[\xi h - \left(\frac{4,4\, \xi}{\cos \alpha_1^2} - 2\right) \frac{v_1^2}{2\, g}\right] Q \gamma - \varphi\, \frac{r}{a}\, G v. \quad . \quad (19)$$

erhält.

Da dieser Ausdruck für die Leistung eines rückenschlächtigen Rades nicht wesentlich verschieden ist von dem für die eines oberschlächtigen, so ist ohne weitere Untersuchung leicht einzusehen, daß auch die vortheilhafteste Umdrehungszahl (s. §. 72) nahe dieselbe sein werde.

Effective Leistungen der Kropfräder. Ueber die Wirkungen mittelschlächtiger Kropfräder sind von Morin an ziemlich gut construirten Rädern mehrfache Versuche angestellt worden. Morin vergleicht die Ergebnisse seiner Versuche mit den entsprechenden Werthen, welche die theoretische Formel §. 84.

$$P v = \left(\frac{c \cos \alpha - v}{g}\, v + h_2\right) Q \gamma$$

giebt, und findet nun, daß eine ziemlich gute Uebereinstimmung sich herausstellt, wenn man den letzten Ausdruck durch einen Erfahrungscoefficienten χ multiplicirt, also

$$Pv = \chi \left(\frac{c \cos \alpha - v}{g} v + h_2 \right) Q \gamma$$

setzt. Das erste von den Rädern dieser Art, welches Morin in Untersuchung zog, war aus Gußeisen, hatte hölzerne, schief gegen die Schütze gestellte Schaufeln und befand sich in einem sehr eng anschließenden eisernen Kropfe. Es hatte eine Höhe von $6^1/_2$ m, eine Breite von $1^1/_2$ m, ein Gefälle von $1^2/_3$ m, 50 Schaufeln und ging mit 1 bis 2,4 m Geschwindigkeit um, während das Wasser mit 2,8 bis 3,2 m Geschwindigkeit durch eine unter einem geneigten Schutzbrette befindliche Mündung eintrat. Der Coefficient χ ergab sich im Mittel 0,75 und der Wirkungsgrad, mit Berücksichtigung der Zapfenreibung, ungefähr 0,60. Das zweite Rad, an welchem Morin Versuche angestellt hat, war ebenfalls eisern und ging in einem sehr eng anschließenden Kropfe aus Sandsteinquadern; seine Höhe, wie seine Weite, war 4 m, die Schaufelzahl betrug 32 und das Gefälle 2 m. War die Geschwindigkeit des Rades 47 bis 100 Proc. von derjenigen des durch einen Ueberfall zugeführten Wassers und zwar innerhalb der Grenzen 0,5 bis 1,8 m, so blieb der Coefficient χ ziemlich derselbe, nämlich 0,788, und der Wirkungsgrad fiel 0,70 aus. Mit einem dritten Rade wurden zwei Versuchsreihen angestellt, die eine bei einem Wassereinlaufe mit Spannschütze und die andere bei einer Wasserzuführung durch eine Ueberfallschütze. Dieses Rad war größtentheils aus Holz und hing in einem eng anschließenden Kropfe, seine Höhe betrug 6 m und seine Schaufelzahl 40. Bei der Spannschütze ergab sich im Mittel $\chi = 0{,}792$, bei der Ueberfallschütze dagegen 0,809. Der Wirkungsgrad aber war im ersten Falle 0,54 und im zweiten 0,67. Nimmt man nun aus diesen Angaben Mittelwerthe, so erhält man für mittelschlächtige Kropfräder mit Spannschützen die Leistung:

$$L = 0{,}77 \left(\frac{c \cos \alpha - v}{g} v + h_2 \right) Q \gamma$$

und für die mit Ueberfallschützen:

$$L = 0{,}80 \left(\frac{c \cos \alpha - v}{g} v + h_2 \right) Q \gamma,$$

wovon jedoch die Arbeit der Zapfenreibung abzuziehen ist. Die größere Wirkung bei der Ueberfallschütze hatte ihren Grund darin, daß hier das Wasser langsamer eintrat, als bei der Spannschütze, und deshalb fast nur durch Druck wirkte. Noch folgt aus den Versuchen Morin's, daß der Wirkungsgrad abnimmt, wenn das Wasser mehr als die Hälfte oder zwei

Drittel der Räume zwischen den Schaufeln ausfüllt, daß die Wirkung sich nicht sehr verändert, wenn die Umfangsgeschwindigkeit des Rades innerhalb der Grenzen 0,5 und 2,0 m bleibt.

Egen hat Versuche (s. die oben angeführte Abhandlung desselben) an einem 23 Fuß (7,22 m) hohen und $4^1/_3$ Fuß (1,36 m) weiten Kropfrade angestellt. Dieses Rad hatte noch zwei Eigenthümlichkeiten; es waren nämlich die 69 übrigens gut ventilirten Schaufeln desselben genau so gedeckt, wie bei oberschlächtigen Rädern, und es bestand die Schütze aus zwei Theilen, wovon, je nachdem es der Wasserstand erforderte, bald die obere, bald die untere gezogen werden konnte. Obgleich der Kropf sehr genau an das Rad anschloß, so fand Egen den Wirkungsgrad dieses Rades im günstigsten Falle doch nur 0,52, und im Mittel, bei 6 Cubikfuß (0,185 cbm) Aufschlag pr. Secunde und bei 4 Umdrehungen pr. Minute, denselben gar nur 0,48.

Versuche mit einem mittelschlächtigen Kropfrade werden noch in Bulletin de la Societé indust. de Mulhouse T. XVIII (s. Polytechn. Centralblatt, Bd. IV, 1844) mitgetheilt. Dieses Rad war von Holz, hatte eine Höhe von 5 m und eine Weite von 4 m, und bestand aus drei Abtheilungen, welche durch zwei Mittelkränze hervorgebracht wurden. Das Kropfgerinne schloß sich an ein parabolisches Gerinne von 0,2 m Höhe an, und das Wasser trat in dieses durch eine Ueberfallschütze mit ebenfalls 0,2 m Höhe; es war daher die Eintrittsgeschwindigkeit c ungefähr 2,8 m. Das ganze Gefälle betrug 2,7 m, und die Umfangsgeschwindigkeit des Rades $1^1/_2$ bis 3 m. Die Wasserfüllung war $^1/_3$ bis $^2/_3$, und der Wirkungsgrad fiel bei größerer Zellenfüllung größer aus, als bei kleinerer Füllung der Zellen; nämlich bei starker Füllung 0,80, bei mittlerer aber nur 0,73 und bei schwacher Füllung gar nur 0,52. Die Versuche über die Leistungen bei verschiedenen Füllungen ließen sich hier, da jede der Abtheilungen des Rades besonders beaufschlagt werden konnte, sehr bequem und sicher ausführen.

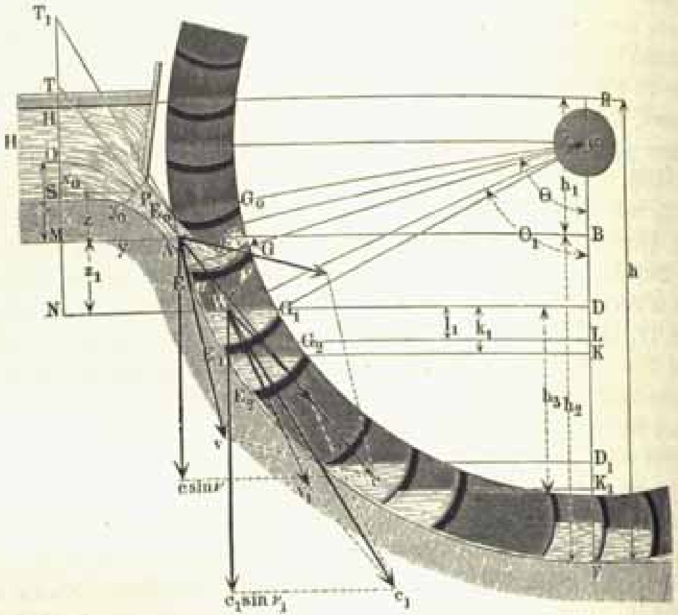
Durch Bremsversuche an einem eisernen mittelschlächtigen Wasserrade von 20 sächsischen Fuß Höhe (5,66 m), 3 Fuß (0,85 m) Breite und mit 48 Schaufeln, welches das durch eine Coulissenschütze zugeführte Wasser in der Höhe des Radmittels auffing, wurde vom Verfasser in Verbindung mit den Herren Professoren Brückmann, Zeuner u. s. w. (s. „Civilingenieur" Bd. II) Folgendes gefunden.

Bei dem Füllungscoefficienten $\varepsilon = {}^1/_2$ und dem Geschwindigkeitsverhältnisse $\varkappa = {}^1/_2$ machte das Rad 8 bis 9 Umdrehungen pr. Minute und leistete $12^1/_2$ bis 12 Pferdekräfte, wogegen die disponible Leistung $Qh\gamma = 19$ Pferdekräfte betrug; es war folglich der Wirkungsgrad dieses Rades:

$$\eta = \frac{12{,}5}{19} = 0{,}65 \text{ bis } \frac{12}{19} = 0{,}63.$$

Beispiel. Es sei für einen Aufschlag $Q = 0{,}6$ cbm pr. Secunde und für ein Gefälle $h = 3$ m die Anordnung und Berechnung eines mittelschlächtigen Kropfrades, Fig. 237, von 5 m Höhe und mit 2,5 m Umfangsgeschwindigkeit zu vollziehen.

Fig. 237.



Nehmen wir die Radtiefe oder Kranzbreite $d = 0{,}40$ m an, und lassen wir die Radzellen halb füllen, so erhalten wir zunächst die Radweite:

$$e = \frac{2\,Q}{d\,v} = \frac{1{,}2}{0{,}4\,.\,2{,}5} = 1{,}2 \text{ m}.$$

Lassen wir nun das Wasser mit der Geschwindigkeit

$$c = \varkappa v = 1{,}5\,.\,2{,}5 = 3{,}75 \text{ m}$$

eintreten, so erhalten wir das zur Erzeugung dieser Geschwindigkeit nöthige Gefälle:

$$HM = RB = h_1 = 1{,}1\,\frac{c^2}{2\,g} = 1{,}1\,.\,0{,}051\,.\,3{,}75^2 = 0{,}789 \text{ m}.$$

Ziehen wir dieses Gefälle von dem Totalgefälle ab, so bleibt für das Gefälle im Kropfe:

$$BF = h_2 = h - h_1 = 3 - 0{,}789 = 2{,}211 \text{ m},$$

und es folgt für den Winkel $ACF = \theta$, um welchen die Eintrittsstelle A über dem Radtiefsten F steht,

$$\cos\theta = 1 - \frac{h_2}{a} = 1 - \frac{2{,}211}{2{,}5} = 0{,}1156,$$

und hiernach

$$\theta = 83^0\,22'.$$

Lassen wir nun den zutretenden Wasserstrahl um den Winkel $\alpha = cAv = 25\frac{1}{2}$ Grad vom Radumfange abweichen, so erhalten wir die Neigung des Wasserstrahles in A gegen den Horizont:

$$BAc = \nu = \theta - \alpha = 83^0\,22' - 25^0\,30' = 57^0\,52'$$

und es sind nun die Coordinaten des Scheitels O der Parabel, in welcher das Wasser dem Rade zuzuführen ist:

$$OM = x = \frac{c^2 \sin^2\nu}{2\,g} = 0{,}051\,.\,3{,}75^2\,.\,0{,}8468^2 = 0{,}514 \text{ m}$$

und

$$MA = y = \frac{c^2 \sin 2\,\nu}{2\,g} = 0{,}051\,.\,3{,}75^2\,.\,0{,}9008 = 0{,}646 \text{ m}.$$

Die Mitte P der Schützenmündung ist auf dem Parabelbogen OA, und zwar möglichst nahe am Rade anzunehmen, übrigens aber so zu formen, daß ihre Axe die Tangente an diesen Bogen bildet. Legt man diese Mündungsmitte P um 0,16 m über A, so folgt die Druckhöhe für dieselbe:

$$h_0 = h_1 - 0{,}16 = 0{,}789 - 0{,}160 = 0{,}629 \text{ m},$$

daher die Ausflußgeschwindigkeit:

$$c_0 = 0{,}95\,\sqrt{2\,g\,h_0} = 0{,}95\,.\,4{,}429\,\sqrt{0{,}629} = 3{,}337 \text{ m},$$

und nimmt man noch die Mündungsweite $e_0 = e - 0{,}08 = 1{,}12$ m an, so folgt die Mündungshöhe:

$$d_0 = \frac{Q}{c_0\,e_0} = \frac{0{,}6}{3{,}337\,.\,1{,}12} = 0{,}160 \text{ m}.$$

Geben wir dem Rade 48 Schaufeln, so erhalten wir den äußeren Abstand zwischen je zwei Schaufeln

$$b = \frac{2\,\pi\,a}{z} = \frac{5\,.\,3{,}1416}{48} = 0{,}327 \text{ m}.$$

Nehmen wir an, daß die Schaufel EG den Weg $EE_1 = s = 0{,}3$ m zurücklege, während sie noch Wasser aufnimmt und zeichnen wir hiernach nicht allein die Stellung $E_1\,G_1$ der Schaufel, sondern auch den Querschnitt des Wasserkörpers in dem entsprechenden Augenblicke der Zellenfüllung auf, so können wir nun auch die Tiefe $MN = z_1$ des Wasserspiegels W unter der Eintrittsstelle A abmessen. Man findet auf diese Weise $z_1 = 0{,}44$ m, und es ist hiernach die Geschwindigkeit des bei W auffallenden Wassers:

$$c_1 = \sqrt{c^2 + 2\,g\,z_1} = \sqrt{3{,}75^2 + 2\,.\,9{,}81\,.\,0{,}44} = 4{,}764,$$

sowie die Abscisse des Punktes W:

$$x_1 = ON = x + z_1 = 0{,}514 + 0{,}44 = 0{,}954 \text{ m},$$

die Ordinate desselben

$$y_1 = NW = y\sqrt{\frac{x_1}{x}} = 0{,}646\sqrt{\frac{0{,}954}{0{,}514}} = 0{,}880 \text{ m}$$

und für den Neigungswinkel $c_1\,WD = \nu_1$ des in W einfallenden Wassers

$$\operatorname{tang}\nu_1 = \frac{2\,x_1}{y_1} = \frac{1{,}908}{0{,}880} = 2{,}168$$

wonach

$$\nu_1 = 65^0\,15'$$

folgt.

Da nun

$$c \sin \nu = 3{,}75 \ \sin 57^0\,52' = 3{,}176$$

und

$$c_1 \sin \nu_1 = 4{,}764 \sin 65^0\,15' = 4{,}326$$

ist, so folgt

$$\frac{2\,z_1}{c \sin \nu + c_1 \sin \nu_1} = \frac{0{,}88}{7{,}502} = 0{,}117$$

während

$$\frac{s}{v} = \frac{0{,}3}{2{,}5} = 0{,}120$$

giebt.

Jedenfalls ist die Differenz zwischen diesen Werthen von $\frac{2\,z_1}{c_1 \sin \nu + c_1 \sin \nu_1}$ und $\frac{s}{v}$ klein genug, um $s = 0{,}3$ m und $z_1 = 0{,}44$ m als die richtigen an-sehen zu können.

Ferner ist für den Winkel $WCF = \theta_1$, um welchen der Anfangspunkt W des wasserhaltenden Bogens WF vom Radtiefsten F absteht,

$$\cos \theta_1 = \frac{CD}{CW} = \frac{CB + z_1}{a_1} = \frac{0{,}789 - (3 - 2{,}5) + 0{,}44}{2{,}5 - 0{,}20} = \frac{0{,}729}{2{,}3} = 0{,}317,$$

wonach $\theta_1 = 71^0\,30'$, und die Abweichung der Richtung des Wasserstrahles von der Bewegungsrichtung des Rades in W:

$$\alpha_1 = \theta_1 - \nu_1 = 71^0\,30' - 65^0\,15' = 6^0\,15'$$

olgt.

Da das wirksame Druckgefälle im Rade

$$FD = h_3 = h_2 - z_1 = 2{,}211 - 0{,}44 = 1{,}771 \text{ m}$$

und die Geschwindigkeit des Rades W:

$$v_1 = \frac{a_1}{a}\, v = \frac{2{,}3}{2{,}5}\, 2{,}5 = 2{,}3 \text{ m}$$

ist, so folgt die Leistung dieses Kropfrades ohne Rücksicht auf die Wasserver-luste u. s. w.:

$$L = \left(\frac{c_1 \cos \alpha_1 - v_1}{g}\, v_1 + h_3\right) Q\gamma$$
$$= [0{,}102\,(4{,}764 \,.\, \cos 6^0\,15' - 2{,}3)\ 2{,}3 + 1{,}771]\ 0{,}6 \,.\, 1000$$
$$= (0{,}578 + 1{,}771)\ 600 = 1409 \text{ mkg}.$$

Ist die Weite des Spielraumes im Kropfe $\sigma = 15$ mm und nimmt man $\mu = 0{,}7$ an, so hat man

$$\mu \sigma \theta a \sqrt{2g} = 0{,}7 \,.\, 0{,}015 \,.\, arc\, 83^0\,22' \,.\, 2{,}5 \,.\, 4{,}429 = 0{,}169.$$

Da ferner

$$Fv = \frac{60\,Q}{n z e}\,\frac{2\,\pi\, a\, n}{60} = \frac{2\,\pi\, a\, Q}{z e} = \frac{3{,}14 \,.\, 5 \,.\, 0{,}6}{48 \,.\, 1{,}2} = 0{,}164$$

und $h_3 = 1{,}771$ ist, so folgt

$$\frac{\mu \sigma \theta a \sqrt{2g}}{F v h_3} = \frac{0{,}169}{0{,}164 \,.\, 1{,}771} = 0{,}583.$$

Ist noch der mittlere Werth von $k \sqrt{l} = 0{,}1$, ferner $b = 0{,}327$ und der mittlere Werth von $\frac{2}{3}\, p \sqrt{m} = 0{,}2$, so folgt nach (10):

$$\xi = 1 - 0{,}583 \left(0{,}1 + \frac{0{,}327}{1{,}2}\, 0{,}2\right) = 1 - 0{,}090 = 0{,}91$$

und daher die effective Radleistung

$$L = \left(\frac{c_1 \cos \alpha_1 - v_1}{g}\, v_1 + \xi h_3\right) Q\gamma = (0{,}578 + 0{,}91 \,.\, 1{,}771)\ 600$$
$$= 1314 \text{ mkg}.$$

Wenn hiervon die übrigen Nebenhindernisse, der Luftwiderstand und die Zapfenreibung 114 mkg verzehren, so ist die Nutzleistung dieses Rades

$$L = 1200 \text{ mkg} = 16 \text{ Pferdekräfte},$$

und der Wirkungsgrad desselben:

$$\eta = \frac{L}{Qh\gamma} = \frac{1200}{600 \,.\, 3} = 0{,}67.$$

Unterschlächtige Wasserräder. Die unterschlächtigen Wasserräder hängen in der Regel in einem Gerinne, welches mit seinem Boden und mit seinen Seitenwänden das Rad möglichst genau umschließen §. 85.

Fig. 238.

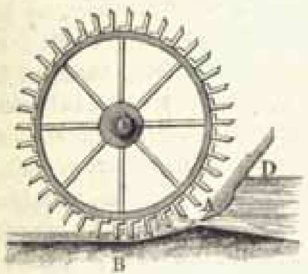
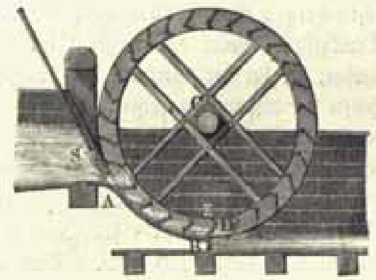


Fig. 239.



soll, damit sich so wenig wie möglich Wasser der Wirkung desselben auf das Rad entziehen kann. Aus diesem Grunde ist auch die Anwendung von einem Kropfgerinne, welches das Rad längs eines kleinen Bogens concentrisch umfaßt, zweckmäßiger, als die Anwendung von einem Schnurgerinne, welches das Rad nur tangirt. Ueberdies gewährt das Kropfgerinne, wenn es sich nur auf der einen Seite des Rades befindet, noch den Nutzen, daß das Wasser in ihm noch eine Druckwirkung hervorbringen kann, welche beim Schnurgerinne ganz ausfällt. Die Berechnung eines solchen unterschlächtigen Rades im Kropfgerinne, Fig. 238, ist, wenn der Kropf AB wenigstens 3 bis 4 Schaufeln umfaßt, genau so durchzuführen, wie die eines mittelschlächtigen Kropfrades. Auch sind die mittel- und unterschlächtigen Kropfräder nach gleichen Regeln zu construiren, da sie sich wesentlich nicht von einander unterscheiden. Man wendet auch hier meist einfache radial gestellte Schaufeln an; zuweilen neigt man sie jedoch unten etwas nach der Schütze zu, damit sie auf der anderen Seite des Rades kein Wasser mit empor nehmen. Nicht selten setzt man sie sogar aus zwei Theilen BD und DE, Fig. 239 (a. v. S.), so zusammen, daß dieselben einen Winkel BDE von 100 bis 120° einschließen. Es lassen sich hier große Oeffnungen im Boden aussparen, ohne befürchten zu müssen, daß das Wasser durch dieselben nach innen überfließt, und deshalb läßt man die Zellen dieser Räder auch in der Regel zur Hälfte oder bis zu zwei Drittel vom Wasser anfüllen, wendet also den Füllungscoefficienten $\varepsilon = \frac{1}{2}$ bis $\frac{2}{3}$ an. Um das Ueberlaufen des Wassers nach innen zu verhindern, oder um einen größeren Fassungsraum zu erhalten, wendet man hier oft größere Radtiefen von 0,4 bis 0,5 m an. Die tangentiale Einführung des Wassers ist hier noch leichter zu bewerkstelligen als bei mittelschlächtigen Rädern. Um die Schützenmündung möglichst nahe an das Rad legen zu können, wendet man ein geneigtes Schutzbrett S, Fig. 239, an, dessen untere Kante noch abgerundet wird, um die partielle Contraction des Wasserstrahles zu verhindern.

86. **Unterschlächtige Kropfräder.** Jedenfalls ist die Leistung unterschlächtiger Kropfräder noch kleiner als die mittelschlächtiger, wo das Druckgefälle immer ein größeres ist. Der Grund hiervon ist leicht zu ermessen, da bei der Wirkung des Wassers durch den Stoß mindestens die Hälfte der disponiblen Leistung verloren geht, während bei der Druckwirkung durch das Entweichen des Wassers im schädlichen Raume höchstens $\frac{1}{4}$ an der zu Gebote stehenden Leistung verloren wird. Die hierüber angestellten Versuche haben dies auch zur Genüge bewiesen. Das eine Rad, an welchem Morin Versuche angestellt hat, war 6 m hoch und 1,6 m breit und hatte 36 radial gestellte Schaufeln. Das Schutzbrett war $34\frac{1}{2}$° gegen den Horizont geneigt und die Mündung unter demselben stand noch 0,78 m vom Anfange des Kropfgerinnes ab. Das Totalgefälle betrug im Mittel 1,9 m, die Druckhöhe vor der Ausflußmündung im Mittel 1,4 m, es war demnach das Druckgefälle ungefähr 0,5 m. Die Umfangsgeschwindigkeit v des Rades war 2 bis 4 m, und die Geschwindigkeit c des eintretenden Wassers 5 bis $5\frac{1}{2}$ m. So lange $\frac{v}{c}$ den Werth $= 0{,}63$ nicht übertraf, ergab sich der Wirkungsgrad im Mittel $\eta = 0{,}41$, wenn aber $\frac{v}{c}$ zwischen den Grenzen 0,5 und 0,8 lag, so stellte sich η im Mittel nur zu 0,33 heraus. Wenn die schon früher gebrauchten Bezeichnungen c, v, Q und h auch hier gelten, so hat man hiernach für die Leistung dieses Rades, ohne Rücksicht auf Zapfenreibung, im ersten Falle:

$$Pv = 0{,}74\left(\frac{c-v}{g}\,v + h_2\right) Q\gamma,$$

und im zweiten:

$$Pv = 0{,}60\left(\frac{c-v}{g}\,v + h_2\right) Q\gamma.$$

Das zweite Rad, mit welchem Morin noch Versuche angestellt hat, war beinahe 4 m hoch, ungefähr 0,8 m weit, 0,3 m tief und hatte nur 24 Schaufeln. Das Wasser floß aus der Mündung eines verticalen Schutzbrettes, und gelangte von da durch ein 0,8 m langes horizontales Gerinne bis zum Rade. Dieses Gerinne sowie der Kropf war von Quadersteinen, und es hatte der schädliche Raum nur 0,005 m Weite. Das Gefälle betrug im Mittel 0,78 bis 1 m, die Druckhöhe des Wassers hinter der Schütze aber war 0,15 bis 0,45 m. Die Versuche wurden bei sehr verschiedenen Umfangsgeschwindigkeiten des Rades angestellt, bei sehr kleinen Geschwindigkeiten war der Wirkungsgrad auch sehr klein, bei der mittleren Geschwindigkeit von 1,5 m aber war er am größten, und wenn dann die Geschwindigkeit des eintretenden Wassers hiervon nicht viel verschieden war, so stellte sich der größte Wirkungsgrad 0,49 heraus. Für die Geschwindigkeitsverhältnisse innerhalb der Grenzen $\frac{v}{c} = \frac{1}{4}$ und $\frac{v}{c} = \frac{3}{4}$ hat sich im Mittel genau wie beim vorigen Rade herausgestellt, daß auch hier die Formel

$$Pv = 0{,}74\left(\frac{c-v}{g}\,v + h_2\right) Q\gamma$$

gilt.

Morin macht nun mit den Resultaten seiner Versuche an Kropfrädern überhaupt folgende Zusammenstellung. Für diese Räder läßt sich setzen:

$$\eta = 0{,}40 \text{ bis } 0{,}45, \text{ wenn } h_2 = \tfrac{1}{4}h,$$
$$\eta = 0{,}42 \text{ bis } 0{,}49, \text{ wenn } h_2 = \tfrac{2}{5}h,$$
$$\eta = 0{,}47, \text{ wenn } h_2 = \tfrac{2}{3}h \text{ und}$$
$$\eta = 0{,}55, \text{ wenn } h_2 = \tfrac{3}{4}h \text{ ist.}$$

Beispiel. Man soll die Leistung eines unterschlächtigen Kropfrades von 5 m Höhe angeben, welches in der Minute 8 Umdrehungen macht, ein Gefälle von 1,25 m und ein Wasserquantum von 0,6 cbm benutzt. Die Umfangsgeschwindigkeit ist

$$v = \frac{\pi n a}{30} = \frac{3{,}14\,.\,8\,.\,2{,}5}{30} = 2{,}094 \text{ m};$$

und wenn nun die Wassergeschwindigkeit zu 4 m angenommen wird, so hat man die Druckhöhe des Wassers vor dem Schutzbrette, oder das sogenannte Stoßgefälle

$$1{,}1\,\frac{c^2}{2g} = 1{,}1\,.\,0{,}051\,.\,4^2 = 0{,}898 \text{ m},$$

daher bleibt für Druckgefälle $h_2 = 1{,}25 - 0{,}898 = 0{,}352$ m übrig, und es ist nun die theoretische Leistung:

$$L = [0{,}102\,(4 - 2{,}094)\,2{,}094 + 0{,}352]\,600 = 458 \text{ mkg}.$$

Nun hat man aber hier h_2 nur:

$$\frac{0,352}{1,25}\, h = 0,28,$$

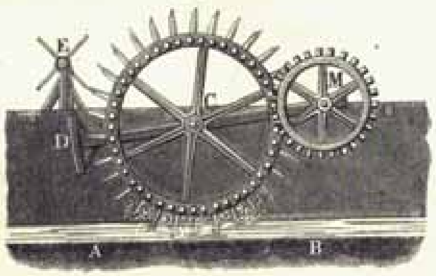
daher möchte der Coefficient η nur 0,42 zu setzen, also die Leistung

$$L = 0,42 \,.\, 458 = 192 \text{ mkg} = 2\tfrac{1}{2} \text{ Pferdekräfte}$$

anzunehmen, und hiervon selbst noch die Arbeit der Zapfenreibung abzuziehen sein.

§. 87. **Räder im Schnurgerinne.** Die schwächsten Leistungen liefern die unterschlächtigen Räder im Schnurgerinne, weil dieselben nur durch den Wasserstoß in Umdrehung gesetzt werden, und weil sie überdies noch ein bedeutendes Wasserquantum unbenutzt fortgehen lassen. Sie kommen nur bei unbedeutenden Gefällen von etwa 1 m vor, weil hier die Anwendung eines Kropfes noch keine wesentlichen Vortheile gewährt. Wegen ihrer geringen Leistung ersetzt man sie gern durch Ponceleträder, oder durch Turbinen, wovon in der Folge die Rede sein wird. Man giebt diesen Rädern nur 4 bis 8 m Höhe, und versieht sie mit 24 bis 48, meist radial oder unten wenig nach der Schütze zu schräg gestellten Schaufeln. Die Schaufeln müssen dreimal so breit gemacht werden, als der ankommende Wasserstrahl dick ist, weil das Wasser nach vollbrachtem Stoße mit dem Rade eine Geschwindigkeit annimmt, die bei der größten Wirkung 35 bis 40 Procent der Geschwindigkeit des Wassers vor dem Stoße ist, daher der fortfließende Wasserstrom $2\frac{1}{2}$ bis 3 mal so dick ist, als der ankommende Wasserstrahl. In der Regel ist der ankommende Wasserstrahl 0,10 bis 0,16 m dick, daher die Höhe des fortgehenden Wassers 0,25 bis 0,48 m, und die nöthige Schaufelbreite, damit das Wasser nicht nach innen überfließe, 0,3 bis 0,5 m. Das Schnurgerinne, in welchem ein gemeines unterschlächtiges Rad hängt, ist entweder horizontal, wie AB, Fig. 240, oder geneigt, wie AB, Fig. 241. Damit so wenig wie möglich Wasser unbenutzt durchgehe, darf der Zwischenraum zwischen Rad und Gerinne nur 25 bis 50 mm, besser soll er aber noch weniger betragen. Aus demselben Grunde ist es auch besser, wenn man, wie Fig. 242 vor Augen führt, eine schwache Krümmung in das Gerinne legt, und wenn man das Rad eng schaufelt, so daß immer 4 bis 5 Schaufeln in das Wasser eingetaucht sind. Die Spannschütze legt man gern schief, um die Ausflußmündung der Eintrittsmündung

Fig. 240.



möglichst nahe zu bringen und die Contraction des Wasserstrahles möglichst zu beseitigen. Unter dem Rade bringt man häufig einen Abfall an, weil hier ein Rückstau des Wassers bis zum Rade den Gang des Rades sehr stören oder ganz verhindern kann. Auch wendet man in solchen Fällen noch besondere Vorrichtungen zum Heben oder Senken des Rades und nach Befinden auch des Gerinnes an. Man nennt diese Vorrichtung Pansterzeuge, und unterscheidet in den Werken über Mühlenbaukunst Stock- und Ziehpanster. Bei den ersteren wird das Angewelle (Angewäge) durch Hebeladen (s. Thl. III, 2), bei den zweiten aber durch Ketten u. s. w. gehoben oder gesenkt. Wenn dabei die Hebung des Rades nicht vertical, sondern concentrisch zu der Axe der vom Wasserrade betriebenen Transmissionswelle geschieht, um durch das Heben den Eingriff der Räder nicht zu stören, so heißt ein solches Pansterzeug auch wohl Kniepanster.

Fig. 241.

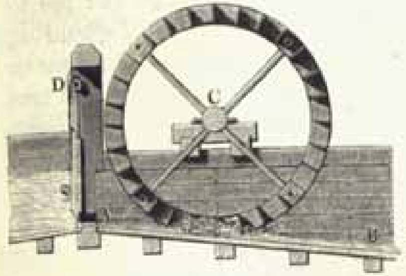
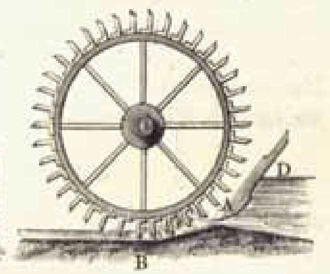


Fig. 242.



Ein solches ist in Fig. 240 dargestellt. Zwei um die Transmissionswelle M drehbare Hebel MD tragen die beiden Lager C des Wasserrades und können mit Hülfe von Ketten und des Kreuzhaspels E entsprechend gesenkt und gehoben werden. Um diese unvollkommenen und schwerfälligen Vorrichtungen nicht nöthig zu haben, wendet man in neuerer Zeit bei veränderlichem Wasserstande lieber Turbinen statt unterschlächtiger Wasserräder an, um so mehr, da jene auch mehr Leistung geben, als diese Räder.

Wasserverlust im Schnurgerinne. Ist c die Geschwindigkeit des Wassers und v die Umfangsgeschwindigkeit des Rades, so hat man für die Leistung eines unterschlächtigen Rades im Schnurgerinne die theoretische Formel: §. 88.

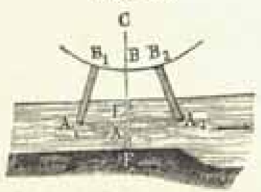
$$Pv = \frac{c - v}{g}\, v Q_1 \gamma \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

und also die Umdrehungskraft:

$$P = \frac{c - v}{g}\, Q_1 \gamma = 102\,(c - v)\, Q_1 \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

(s. Thl. I). Hier bezeichnet allerdings Q_1 das wirklich zum Stoße gelangende Wasserquantum; es ist daher noch zu untersuchen, in welchem Verhältnisse dasselbe zum ganzen Aufschlagsquantum steht. Der Wasserverlust bei einem Schnurgerinne ist ein doppelter. Erstens geht Wasser unbenutzt durch den Zwischenraum zwischen Rad und Gerinne hindurch, und zweitens findet ein Wasserverlust dadurch statt, daß gewisse, namentlich tiefere Wasserelemente, gar nicht zum Stoße gegen die vorausgehende Schaufel gelangen.

Fig. 243.



Betrachten wir zunächst den Wasserverlust durch den Spielraum unter dem Radtiefsten. Die Höhe des Spielraumes unter dem Rade ist veränderlich; steht die Schaufel AB, Fig. 243, im tiefsten Punkte, so ist diese Höhe dem kürzesten Abstande $AF = \sigma$ des Rades vom Gerinne gleich, stehen aber zwei benachbarte Schaufeln $A_1 B_1$ und $A_2 B_2$ um gleichviel vom Tiefsten F ab, so ist die Höhe EF des schädlichen Raumes am größten. Setzen wir den Radhalbmesser $CA = a$, und die Schaufelzahl des Rades $= z$, so haben wir die halbe Entfernung $EA_1 = EA_2$ je zweier Schaufeln von einander:

$$EA_1 = \frac{2\pi a}{2z} = \frac{\pi a}{z},$$

und daher die Bogenhöhe:

$$EA \text{ annähernd} = \frac{\overline{EA_1}^2}{2a} = \left(\frac{\pi}{z}\right)^2 \frac{a}{2};$$

es stellt sich folglich die größte Höhe des schädlichen Raumes

$$EF = \sigma + \left(\frac{\pi}{z}\right)^2 \frac{a}{2} \quad \ldots \ldots \quad (3)$$

heraus, und es läßt sich sonach der mittlere Werth desselben

$$= \sigma + \left(\frac{\pi}{z}\right)^2 \frac{a}{4} \quad \ldots \ldots \quad (3^a)$$

setzen. Multipliciren wir hiermit die ganze Gerinneweite e_1, so erhalten wir den Querschnitt des schädlichen Raumes:

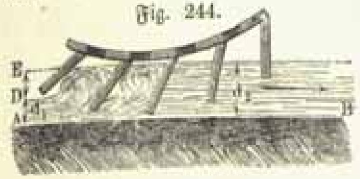
$$= e_1 \left[\sigma + \left(\frac{\pi}{z}\right)^2 \frac{a}{4}\right] \quad \ldots \ldots \quad (4)$$

und es ist nur noch die Geschwindigkeit w zu ermitteln, mit welcher das Wasser durch denselben entweicht. Steht die Oberfläche des Unterwassers in gleichem Niveau mit der Oberfläche des ankommenden Strahles, so kann das Wasser ungehindert mit der Geschwindigkeit c durch EF hindurchgehen, und es ist daher die unter dem Rade unbenutzt hinwegfließende Wassermenge:

$$Q_2 = \left[\sigma + \left(\frac{\pi}{2z}\right)^2 a\right] e_1 c \quad \ldots \ldots \quad (5)$$

Steht aber die Oberfläche des Unterwassers höher als die des anstoßenden, welcher Fall allemal eintritt, wenn das Abzugsgerinne AB, Fig. 244, unter oder nahe hinter dem Rade keinen Abfall hat, so ist die Geschwindigkeit des entweichenden Wassers kleiner, weil hier ein Gegendruck vom Unterwasser dem Ausströmen entgegenwirkt. Setzt man die Strahldicke $AD = d_1$ und die Höhe AE des abfließenden Wassers gleich d_2, so ist aus bekannten Gründen $d_1 c = d_2 v$, und daher

Fig. 244.



$$d_2 = \frac{d_1 c}{v},$$

sowie der Niveauabstand

$$d_2 - d_1 = \frac{c - v}{v}\, d_1.$$

Hiernach folgt für diesen Fall die Geschwindigkeit des durch den Spielraum unter dem Rade entweichenden Wassers:

$$w = \sqrt{c^2 - 2g\,\frac{c - v}{v}\, d_1},$$

also der Wasserverlust:

$$Q_2 = e_1 \left[\sigma + \left(\frac{\pi}{2z}\right)^2 a\right] \sqrt{c^2 - 2g\,\frac{c - v}{v}\, d_1} \quad \ldots \quad (6)$$

Dieser Ausdruck ist jedoch, wie der obere, noch mit einem Ausflußcoefficienten μ zu multipliciren, der wie beim Kropfrade, gleich 0,7 gesetzt werden kann. Noch etwas Wasser fließt durch den Spielraum von der Breite σ_1 zur Seite der Radkränze ab. Der Querschnitt des Wassers, welches auf diese Weise verloren geht, ist $d_1 \sigma_1$ zu setzen, und daher für den ersten Fall diese Abflußmenge:

$$Q_3 = 2\mu d_1 \sigma_1 c \quad \ldots \ldots \quad (7)$$

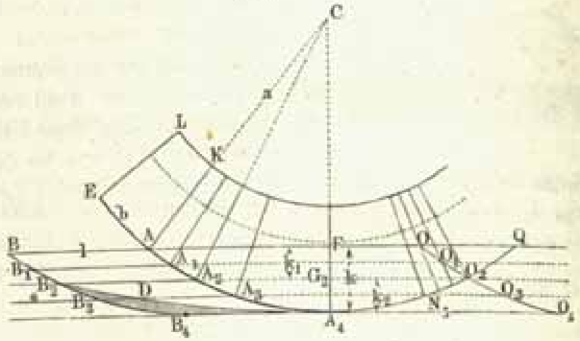
im zweiten aber:

$$Q_3 = 2\mu d_1 \sigma_1 \sqrt{c^2 - 2g\,\frac{c - v}{v}\, d_1} \quad \ldots \quad (8)$$

Das Wasserquantum, welches zwischen den Schaufeln durchgeht, ohne zum Stoße zu gelangen, läßt sich, wenn auch nur annähernd, nach Gerstner auf folgende Weise ermitteln. Aus der Entfernung $AE = b$, Fig. 245, je zweier Schaufeln von einander ergiebt sich mit Hülfe der Geschwindigkeiten c und v des Wassers und des Rades, die Länge

$AB = A_1B_1 = A_2B_2$ u. s. w. derjenigen Wasserfäden, welche in dem Zwischenraume zwischen je zwei Schaufeln Platz finden, $l = \frac{c}{v} b$. Wenn nun von dem Wasserfaden AB das erste Element A die Schaufel AK in

Fig. 245.



A trifft, so wird das letzte Element B desselben diese in einem Punkte O treffen, dessen Entfernung AO von A bestimmt ist durch die Gleichung:

$$\frac{AO}{v} = \frac{BO}{c}, \text{ oder } \frac{AO}{v} = \frac{AO}{c} + \frac{BA}{c},$$

es folgt hiernach:

$$AO = \frac{v}{c-v} BA = \frac{vl}{c-v} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; (7)$$

ebenso ist für tiefere Wasserfäden:

$$A_1O_1 = A_2O_2 = AO = \frac{vl}{c-v}.$$

Das letzte Element B_2 des Wasserfadens A_2B_2 trifft allerdings noch die Schaufel, dagegen das letzte Element B_3 eines tieferen Fadens A_3B_3 würde die Schaufel erst in O_3 erreichen, wo sich dieselbe in Folge ihrer Kreisbewegung aus der Bewegungsrichtung des Fadens A_3B_3 herausgezogen hat; es kann also dieses Element nicht zum Stoße gelangen. Aber nicht allein B_3, sondern ein ganzer Theil B_3D des Wasserfadens A_3B_3 kommt nicht zum Stoße, weil erst das Element D die Schaufel in N_3 erreicht. Die Länge A_3D desjenigen Theiles vom Wasserfaden A_3B_3, welcher noch zum Stoße gelangt, ist bestimmt durch Umkehrung der obigen Formel, indem man setzt:

$$A_3D = \frac{c-v}{v} A_3N_3 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (8)$$

Dies gilt für alle Wasserfäden zwischen A_2B_2 und A_4B_4, es ist daher auch der Inbegriff aller zwischen $A_2B_2DA_4A_3A_2$ liegenden und eine Schaufel stoßenden Wasserfäden, gleich $\frac{c-v}{v}$ mal der Summe aller Sehnen zwischen A_2O_2 und A_4, d. i. $\frac{c-v}{v}$ mal dem Kreissegment $A_2O_2A_4$. Dieses Segment läßt sich aber zu $\frac{2}{3} A_2O_2 . A_4G_2 = \frac{2}{3} AO . A_4G_2$ setzen; daher ist denn der Querschnitt der zum Stoße gelangenden Wassermenge

$$A_2B_2DA_4 = \frac{c-v}{v} \, {}^2\!/_3 \, \frac{vl}{c-v} A_4G_2 = {}^2\!/_3\, l . A_4G_2 \quad . \; . \; (9)$$

und hiernach das Verhältniß der zum Stoß gelangenden Wassermenge Q_1 zur ganzen Wassermenge Q:

$$\frac{Q_1}{Q} = \frac{\text{Fläche } ABB_2A_2 + \text{Fläche } A_2B_2DA_4}{\text{Fläche } ABB_4A_4} = \frac{lk_1 + {}^2\!/_3\, lk_2}{lk}$$

$$= 1 - \frac{k_2}{3k} \quad . \; . \; (4)$$

wenn man die Höhen FG_2 mit k_1, G_2A_4 mit k_2 und FA_4 mit $k = k_1 + k_2$ bezeichnet.

Ist ferner a der Halbmesser CA des Rades, so läßt sich, den Eigenschaften des Kreises zufolge, annähernd:

$$k = \frac{\overline{AF}^2}{2a} \text{ und } k_2 = \frac{\overline{A_2G_2}^2}{2a},$$

folglich

$$\frac{k_2}{k} = \frac{\overline{A_2G_2}^2}{\overline{AF}^2}$$

setzen.

Nun ist

$$A_2G_2 = {}^1\!/_2\, AO = {}^1\!/_2 \frac{vl}{c-v},$$

und

$$AF = {}^1\!/_2\, AQ = {}^1\!/_2\, z_1 b = {}^1\!/_2\, z_1 \frac{v}{c} l,$$

wenn z_1 die Anzahl aller ins Wasser eingetauchten Schaufeln bezeichnet, daher folgt:

$$\frac{k_2}{k} = \frac{A_4G_2}{A_4F} = \frac{1}{z_1^2}\left(\frac{c}{c-v}\right)^2 \quad . \; . \; . \; . \; . \; (10)$$

und endlich die stoßende oder Arbeit verrichtende Wassermenge:

$$Q_1 = \left[1 - \frac{1}{3z_1^2}\left(\frac{c}{c-v}\right)^2\right] Q \quad . \; . \; . \; . \; (11)$$

Man ersieht hieraus, daß dieser Verlust um so kleiner ausfällt, je größer die Anzahl der eingetauchten Schaufeln, je größer also auch die Zahl z der Schaufeln überhaupt, und, da die Schaufelzahl mit dem Radhalbmesser wächst, je größer die Radhöhe ist.

Beispiel. Wenn ein unterschlächtiges Rad im Schnurgerinne mit 3 Schaufeln ins Wasser eingetaucht ist, und halb so viel Geschwindigkeit hat als das ankommende Wasser, so beträgt bei demselben das Verhältniß der stoßenden Wassermenge zur ankommenden:

$$\frac{Q_1}{Q} = 1 - {}^1\!/_{27} \left(\frac{1}{{}^1\!/_2}\right)^2 = 1 - {}^4\!/_{27} = {}^{23}\!/_{27} = 0{,}85 \text{ Procent;}$$

es gehen also 15 Procent Wasser unbenutzt durch.

Anmerkung. Die obige Untersuchung setzt voraus, daß jedes Wasserelement, nachdem es gegen eine Schaufel gestoßen hat, dem folgenden Platz macht, damit dieses ebenfalls die Schaufel stoßen könne. Da nach dem in Thl. I Vorgetragenen jedes Wasserelement während seines Stoßes oder während seiner Wirkung gegen die Schaufel an dieser in die Höhe steigt, so möchte sich dieser Annahme nichts Wesentliches entgegensetzen lassen.

Wenn das Rad unmittelbar unter dem Fuße A_4 einen Abfall hat, so findet nur vor $A_4 F$ ein Stoß statt; deshalb ist dann statt Segment $A_2 O_2 A_4$ nur dessen Hälfte $= {}^1\!/_2\, l\, A_4 G_2$ in Rechnung zu bringen, und

$$Q_1 = \left[1 - \frac{2}{3 z_1^2}\left(\frac{c}{c-v}\right)^2\right] Q \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (11^a)$$

zu setzen.

§. 89. **Leistung unterschlächtiger Räder.** Wenn wir nun auf die im Vorstehenden gefundenen **Wasserverluste** und auch noch auf die **Zapfenreibung** Rücksicht nehmen, so können wir die effective Leistung eines unterschlächtigen Wasserrades mit ziemlicher Sicherheit bestimmen. Es ist nämlich:

$$L = Pv = \frac{c - v}{g}\, v\, (Q_1 - Q_2)\, \gamma - \varphi\, \frac{r}{a}\, G v,$$

oder annähernd nach (5) und (11) des vorigen Paragraphen

$$Q_2 = \sigma e c = \frac{\sigma}{d_1}\, Q \text{ und } Q_1 = \left[1 - \frac{1}{3 z_1^2}\left(\frac{c}{c-v}\right)^2\right] Q$$

gesetzt,

$$Pv = \frac{c - v}{g}\, v \left[1 - \frac{\sigma}{d_1} - \frac{1}{3\, z_1^2}\left(\frac{c}{c - v}\right)^2\right] Q\gamma - \varphi\, \frac{r}{a}\, G v \quad (12)$$

In dem Falle, wenn, wie in Fig. 246 abgebildet ist, die Sohle des Abzugsgrabens mit der des Schußgerinnes zusammenfällt, und daher das Wasser nach vollbrachter Wirkung, wo es die Geschwindigkeit v des Rades angenommen hat, mit der Tiefe $AE = d_2 = \frac{c}{v}\, d_1$ fortfließt, findet noch

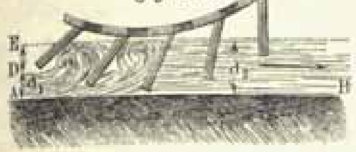
eine hemmende Rückwirkung des Unterwassers gegen die Radschaufeln statt, deren mechanische Arbeit

$$L_1 = (d_2 - d_1)\, Q\gamma = \frac{c - v}{v}\, d_1\, Q\gamma \quad . \; . \; . \; . \; (13)$$

zu setzen ist, da hier die Druckhöhe d_1 in d_2 übergeht.

Dieser Verlust an Arbeit fällt um so größer aus, je größer die Differenz $c - v$ der Geschwindigkeiten und je größer die Dicke $AD = d_1$ des ankommenden Wasserstrahles ist; um auf diese Weise wenig an Leistung zu verlieren, müßte daher das Rad schnell umgehen, und das Wasser in einem breiten und dünnen Strahle zufließen. Wir können indessen diese Arbeit der Reaction nur als relativen Verlust der Wirkung des Rades ansehen, da in Folge dieses Aufsteigens des Wasserspiegels auch das Totalgefälle, von Wasserspiegel zu Wasserspiegel gemessen, um $d_2 - d_1$ und also auch die disponible Arbeit um $(d_2 - d_1)\, Q\gamma$ kleiner wird. Jedenfalls werden wir daher keinen beträchtlichen Fehler begehen, wenn wir bei der Berechnung auf diese Wirkung des Rades nicht Rücksicht nehmen.

Fig. 246.



Es ist nun noch die Frage, bei welchem Verhältnisse $\frac{v}{c}$ der Radgeschwindigkeit zur Wassergeschwindigkeit die Leistung des unterschlächtigen Rades am größten wird? Verhältnißmäßig ist hier der Verlust an Leistung, welchen das Rad durch die Zapfenreibung verliert, klein, man kann daher bei der Ermittelung der vortheilhaftesten Geschwindigkeit die Zapfenreibung unberücksichtigt lassen, und findet aus (12) durch $\frac{\partial L}{\partial v} = 0$:

$$\frac{c - 2v}{g}\left(1 - \frac{\sigma}{d_1}\right) - \frac{c^2}{3 g z_1^2}\, \frac{c - v + v}{(c - v)^2} = 0,$$

wonach man für die vortheilhafteste Geschwindigkeit:

$$v = \frac{c}{2}\left[1 - \frac{c^2}{3 z_1^2 \left(1 - \frac{\sigma}{d_1}\right)(c - v)^2}\right] \quad . \; . \; (14)$$

setzen kann.

Man ersieht hieraus, daß die Maximalleistung erlangt wird, wenn die **Umfangsgeschwindigkeit** des Rades **etwas kleiner als die halbe Wassergeschwindigkeit** ist.

Beispiel. Welche Leistung verspricht ein unterschlächtiges Wasserrad im Schnurgerinne, welches bei 1 m Gefälle ein Aufschlagsquantum Q von 0,6 cbm benutzt? Die theoretische Wassergeschwindigkeit ist:

$$c = \sqrt{2gh} = 4{,}429 \text{ m},$$

die effective Geschwindigkeit des Wassers läßt sich aber gleich $0{,}95 \,.\, 4{,}429 = 4{,}208$ m annehmen. Setzen wir die Strahlhöhe $d_1 = 0{,}10$ m, so müssen wir die Mündungsweite

$$e_1 = \frac{Q}{d_1 c} = \frac{0{,}6}{0{,}1 \,.\, 4{,}208} = 1{,}426 \text{ m}$$

und die Radweite $e = 1{,}47$ m in Anwendung bringen. Rechnen wir nun auf den schädlichen Raum die Weite $\sigma = 18$ mm; so erhalten wir den Verlust des Wassers durch den Spielraum des Rades im Gerinne:

$$\frac{\sigma}{d_1} = \frac{18}{100} = 0{,}18.$$

Geben wir ferner dem Rade den Halbmesser $a = 3$ m, so können wir es mit 48 Schaufeln, jede von 0,3 m Breite, ausrüsten, und annehmen, daß vom ganzen Radumfange der Theil

$$\frac{2\sqrt{d_1 \,.\, 2a}}{2\pi a} = \frac{1}{3{,}14}\sqrt{\frac{2 \,.\, 0{,}1}{3}} = 0{,}0822,$$

und von den sämmtlichen Radschaufeln $= 48 \,.\, 0{,}0822 = 3{,}95$ oder beinahe 4, ins Wasser eingetaucht sind. Hiernach ist nun die vortheilhafteste Radgeschwindigkeit nach (14):

$$v = \frac{4{,}208}{2}\left(1 - \frac{c^2}{3 \,.\, 16 \,.\, (1 - 0{,}18)\,(c - v)^2}\right)$$
$$= 2{,}104\left[1 - 0{,}025\left(\frac{c}{c - v}\right)^2\right]$$

zu setzen. Sehr leicht findet man hieraus annähernd $v = 0{,}46\,c$. Bringen wir aber, wegen der Zapfenreibung, $v = 0{,}43\,c$ in Anwendung, so erhalten wir die effective Leistung des Wassers nach (12):

$$L_1 = \frac{0{,}57\,c \,.\, 0{,}43\,c}{9{,}81}\left[1 - 0{,}18 - \frac{1}{3 \,.\, 4 \,.\, 4}\left(\frac{1}{0{,}57}\right)^2\right] 600$$
$$= 0{,}0245 \,.\, 4{,}208^2 \,.\, 0{,}756 \,.\, 600 = 196{,}7 \text{ mkg}.$$

Wenn noch das Gewicht des Rades 3600 kg und der Durchmesser seiner Zapfen 90 mm beträgt, so erhält man bei einem Reibungscoefficienten $\varphi = 0{,}1$ den Arbeitsverlust der Zapfenreibung:

$$L_2 = 0{,}1\,\frac{0{,}045}{3}\,3600 \,.\, 0{,}43 \,.\, 4{,}208 = 9{,}7 \text{ mkg},$$

daher die effective Leistung dieses Rades

$$L = 196{,}7 - 9{,}7 = 187 \text{ mkg} = 2{,}5 \text{ Pferdekräfte}$$

und hiernach den Wirkungsgrad:

$$\eta = \frac{187}{0{,}6 \,.\, 1000 \,.\, 1} = 0{,}312.$$

§. 90. Effective Leistungen. Ueber die Leistungen **unterschlächtiger Räder im Schnurgerinne** sind nur Versuche an Modellen, und zwar

von de **Parcieux**, **Bossut**, **Smeaton**, **Nordwall** und **Lagerhjelm** u. s. w. bekannt. Die vorzüglichsten unter ihnen sind aber die von **Smeaton** und **Bossut**. Im Wesentlichen stimmen die Ergebnisse aller dieser Untersuchungen nicht allein unter sich, sondern auch mit der Theorie überein. Die Wirkungen der Räder wurden bei allen diesen Versuchen dadurch ermittelt, daß man durch sie mittelst einer Schnur, welche sich um die Welle des Rades wickelte, Gewichte heben ließ. **Smeaton** machte seine Versuche (siehe Recherches expériment. sur l'eau et le vent etc.) an einem kleinen Rade von 75 Zoll Umfang, mit vierundzwanzig 4 Zoll langen und 3 Zoll breiten Schaufeln. Das Hauptergebniß, zu welchem er gelangte, ist: der größte Wirkungsgrad eines unterschlächtigen Wasserrades im Schnurgerinne findet bei dem Geschwindigkeitsverhältnisse $\frac{v}{c} = 0{,}34$ bis 0,52 statt, und beträgt 0,165 bis 0,25. **Bossut** gebrauchte bei seinen Versuchen ein Rad von 3 Fuß Höhe mit 48 oder 24 oder 12 Schaufeln von 5 Zoll Länge und 4 bis 5 Zoll Breite. Er fand, ganz der Theorie entsprechend, die Wirkung bei 48 Schaufeln größer als bei 24, und bei 24 größer als bei 12; auch folgerte er, daß es zweckmäßig sei, circa 25° vom Radumfange oder $^{25}/_{360} \,.\, 48 = {^{10}/_3}$, also mehr als drei Schaufeln ins Wasser eintauchen zu lassen. Aus den Versuchen **Bossut's** an dem Rade mit 48 Schaufeln stellt sich ein etwas größerer Wirkungsgrad heraus, als ihn die **Smeaton'**schen Versuche geben. **Gerstner**, welcher auch findet, daß die **Bossut'**schen Versuche mehr mit seiner Theorie übereinstimmen, als die von **Smeaton**, mißt diese Abweichung dem Umstande bei, daß das Rad von **Smeaton** eine kleinere Schaufelzahl hatte als das von **Bossut**, und daß bei demselben auch ein beträchtlicher Rückstau statt fand. Im Mittel läßt sich aus den Versuchen beider Experimentatoren für die **effective Leistung** eines solchen Rades, ohne Rücksicht auf Zapfenreibung, setzen:

$$L = 0{,}61\,\frac{c - v}{g}\,v Q \gamma = 62{,}2\,(c - v)\,v Q \text{ mkg}.$$

Diese Formel ist jedoch, Erfahrungen zufolge, nur dann genügend, wenn der Spielraum 40 mm nicht übertrifft; außerdem hat man Fc statt Q, wo F den Inhalt des ins Wasser getauchten Flächenstücks der Schaufeln bezeichnet, und 0,76 statt 0,61; nach **Christian** (s. dessen Mécanique industr.) also

$$L = 0{,}76\,F\gamma\,\frac{c - v}{g}\,cv = 77{,}5\,(c - v)\,Fcv \text{ mkg}$$

zu setzen.

Uebrigens läßt sich auch aus allen diesen Versuchen folgern, daß die größte Wirkung, wie auch die Theorie giebt, bei dem Geschwindigkeitsverhältnisse

$\frac{v}{c} = 0{,}4$ stattfindet, daß aber bei großen Geschwindigkeiten dieses Verhältniß etwas kleiner, und bei großen Wassermengen etwas größer ausfällt.

In Schweden angestellte Versuche an Modellrädern, eins von 3 und eins von 6 Fuß Durchmesser, jenes mit 72 und dieses mit 144 Schaufeln, werden in dem zweiten Bande des schon oben citirten Werkes von *Lagerhjelm*, *Forselles* und *Kallstenius* beschrieben. Ihnen zufolge stellt sich der Wirkungsgrad eines Rades im Schnurgerinne noch größer, nämlich ohne Rücksicht auf Reibung, 0,3 bis 0,35 heraus, wenn das Geschwindigkeitsverhältniß $\frac{v}{c}$ nahe $^1/_2$ ist. Da hier die Anzahl der eingetauchten Schaufeln sehr groß war, so läßt sich erwarten, daß hier nur sehr wenig Wasser ohne Wirkung fortging, und es ist daher diese hohe Wirkung des Rades erklärlich und mit der Theorie in guter Uebereinstimmung.

Beispiel. Die empirische Formel $L = 62{,}2\,(c - v)\,Qv$ giebt für den im Beispiele des §. 89 behandelten Falle mit $c = 4{,}208$ m, $v = 0{,}43\,c = 1{,}809$ m und $Q = 0{,}6$ cbm die Leistung des Rades $L = 62{,}2 \,.\, 2{,}399 \,.\, 0{,}6 \,.\, 1{,}809 = 162$ mkg, während dort die theoretische Formel den Werth 199,7 lieferte.

§. 91. **Theilung der Wasserkraft.** Man vertheilt sehr oft eine vorhandene Wasserkraft auf *mehrere Räder*, nicht allein, weil ein Rad allein zu groß ausfallen würde, sondern auch, und zwar vorzüglich, um die Arbeitsmaschinen unabhängig von einander in Gang setzen zu können, und keine Stellvorrichtungen zum An- und Abschluß mehrerer Arbeitsmaschinen an einer und derselben Kraftmaschine nöthig zu haben. Bei dieser Theilung können zwei Fälle vorkommen, man kann nämlich entweder das Wasser, oder man kann das Gefälle theilen. Im Allgemeinen läßt sich annehmen, daß bei Druckrädern eine Theilung des Wasserquantums und bei Stoßrädern eine Theilung des Gefälles das Zweckmäßigere ist, denn wir haben im Vorhergehenden gesehen, daß der Wirkungsgrad eines höheren oberschlächtigen Rades größer ist, als der eines kleineren oberschlächtigen oder gar mittelschlächtigen Rades, und umgekehrt können wir leicht ermessen, daß der Verlust durch den Stoß des Wassers und der durch den schädlichen Raum kleiner ist bei zwei hinter einander hängenden Rädern als bei zwei neben einander hängenden, weil im ersteren Falle die der verlorenen Wirkung entsprechende Geschwindigkeitshöhe $\frac{(c - v)^2}{2g}$ (s. Thl. I) und das Verhältniß $\frac{\sigma}{d_1}$ des schädlichen Raumes zur Wassertiefe kleiner ist, als im letzteren Falle. Bei mittelschlächtigen Kropfrädern, wo das Wasser durch Druck und Stoß wirkt und wo der Wasserverlust vorzüglich von $\frac{\sigma}{d_1}$ abhängt, ist im Allgemeinen

der Vorzug der einen Theilungsweise vor der anderen unbestimmt, und es muß einer besonderen Untersuchung überlassen bleiben, in jedem speciellen Falle den Vorzug der einen Theilung vor der anderen zu ermitteln. Im Folgenden möge nur noch von der Theilung der Wasserkraft *unterschlächtiger Räder im Schnurgerinne* die Rede sein.

Denken wir uns *zwei Räder* hinter einander in einem horizontalen Schnurgerinne hängend, und nehmen wir an, daß das Wasser an dem zweiten Rade mit der Geschwindigkeit v_1 ankomme, mit welcher das erste Rad umgeht. Ist nun noch c die Geschwindigkeit des Wassers beim Eintritte in das erste Rad und v_2 die Geschwindigkeit des zweiten Rades, sowie Q das Aufschlagsquantum für beide Räder und χ eine Erfahrungszahl (62,2), so hat man die Leistungen dieser Räder:

$$L_1 = \chi\,(c - v_1)\,v_1\,Q \text{ und } L_2 = \chi\,(v_1 - v_2)\,v_2\,Q.$$

Sollen nun beide Räder gleich viel leisten, so ist

$$(c - v_1)\,v_1 = (v_1 - v_2)\,v_2$$

zu setzen, und wenn man nun noch, um der Maximalleistung sehr nahe zu kommen, $v_2 = {}^1/_2 v_1$ annimmt, $(c - v_1)\,v_1 = {}^1/_4 v_1^2$ oder $c - v_1 = {}^1/_4 v_1$; hiernach

$$v_1 = {}^4/_5\,c \text{ und } v_2 = {}^2/_5\,c,$$

und die Leistung beider Räder zusammen:

$$L = L_1 + L_2 = 2\,\chi\,(c - {}^4/_5\,c)\,{}^4/_5\,c\,Q = {}^8/_{25}\,\chi\,c^2\,Q$$
$$= 0{,}32\,\chi\,c^2\,Q \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

während, wenn man nur ein Rad angewendet hätte, die Leistung

$$L = {}^1/_4\,\chi\,c^2\,Q = 0{,}25\,\chi\,c^2\,Q \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

ausgefallen wäre. Hiernach stellt sich also bei der Anwendung zweier Räder ein *Arbeitsgewinn* von 32 — 25 = 7 Procent heraus.

Bei Anwendung *dreier Räder* fiele dieser Gewinn noch größer aus. Für das dritte Rad ließe sich auch

$$L_3 = \chi\,(v_2 - v_3)\,v_3\,Q,$$

setzen, wo v_3 die Umfangsgeschwindigkeit dieses Rades bezeichnet. Machen wir nun wieder $v_3 = {}^1/_2\,v_2$, und bedingen wir wieder, daß das eine Rad so viel Leistung geben soll als das andere, so erhalten wir:

$$v_2 = {}^4/_5\,v_1 \quad \text{und} \quad c - v_1 = {}^4/_{25}\,v_1,$$

daher

$$v_1 = {}^{25}/_{29}\,c, \quad v_2 = {}^{20}/_{29}\,c, \quad v_3 = {}^{10}/_{29}\,c$$

und die Leistungen aller drei Räder zusammen:

$$L = L_1 + L_2 + L_3 = 3\chi\,(c - v_1)\,v_1 Q = 3\chi \cdot {}^4/_{29} \cdot {}^{25}/_{29}\, c^2 Q$$
$$= {}^{300}/_{841}\,\chi c^2 Q = 0{,}356\,\chi c^2 Q \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (3)$$

es resultirt also in Hinsicht auf ein einziges Rad ein **Arbeitsgewinn** von $35{,}6 - 25 = 10{,}6$ Procent.

Allerdings wird dieser Gewinn durch die größere Zapfenreibung wieder etwas vermindert.

Anmerkung. Wenn wir die Bedingung, daß die Räder in einem Schnurgerinne gleiche Leistung hervorbringen, fallen lassen, so stellt sich der Vortheil der Anwendung mehrerer Räder noch größer heraus. Denken wir uns bei Behandlung dieses Falles den Wasserverlust in einem genau, und längs drei bis vier Schaufeln concentrisch an das Rad **anschließenden Schnurgerinne** klein genug, um ihn ganz bei Seite setzen zu können. Dann erhalten wir für die Leistung des ersten Rades:

$$L_1 = \frac{c - v_1}{g}\, v_1 Q \gamma,$$

und die des zweiten:

$$L_2 = \frac{v_1 - v_2}{g}\, v_2 Q \gamma,$$

also die Leistung beider Räder zusammen:

$$L = [(c - v_1)\, v_1 + (v_1 - v_2)\, v_2]\, \frac{Q\gamma}{g}.$$

Damit diese ein Maximum werde, ist zunächst $v_2 = {}^1/_2\, v_1$ zu machen, und da sich hiernach

$$L = (c - {}^3/_4\, v_1)\, v_1\, \frac{Q\gamma}{g}$$

herausstellt, wieder ${}^3/_4\, v_1 = {}^1/_2\, c$, also $v_1 = {}^2/_3\, c$ und $v_2 = {}^1/_3\, c$, daher

$$L = ({}^2/_3 \cdot {}^1/_3 + {}^1/_3 \cdot {}^1/_3)\, \frac{Q c^2 \gamma}{g} = {}^1/_3\, \frac{c^2 Q \gamma}{g} = 0{,}333\, \frac{c^2 Q \gamma}{g},$$

während ein Rad allein nur $0{,}250\, \frac{c^2 Q \gamma}{g}$ und zwei Räder, bei gleicher Wirkung, $0{,}320\, \frac{c^2 Q \gamma}{g}$ geben würden. Bei drei Rädern stellt sich der Vortheil noch größer heraus, hier ist nämlich $v_1 = {}^3/_4\, c$, $v_2 = {}^2/_4\, c$, $v_3 = {}^1/_4\, c$, und daher die Wirkung aller drei Räder zusammen:

$$L = ({}^3/_4 \cdot {}^1/_4 + {}^2/_4 \cdot {}^1/_4 + {}^1/_4 \cdot {}^1/_4)\, \frac{c^2 Q \gamma}{g} = {}^3/_8\, \frac{c^2 Q \gamma}{g} = 0{,}375\, \frac{c^2 Q \gamma}{g},$$

während für ein Rad allein $L = 0{,}250\, \frac{c^2 Q \gamma}{g}$, und für drei Räder von gleicher Wirkung, $L = 0{,}356\, \frac{c^2 Q \gamma}{g}$ ist.

Für vier Räder stellt sich $v_1 = {}^4/_5\, c$, $v_2 = {}^3/_5\, c$, $v_3 = {}^2/_5$, $v_4 = {}^1/_5\, c$, und

$$L = \frac{(4 + 3 + 2 + 1)}{25} \cdot \frac{Q c^2 \gamma}{g} = {}^2/_5\, \frac{Q c^2 \gamma}{g} = {}^4/_5\, Q h \gamma$$

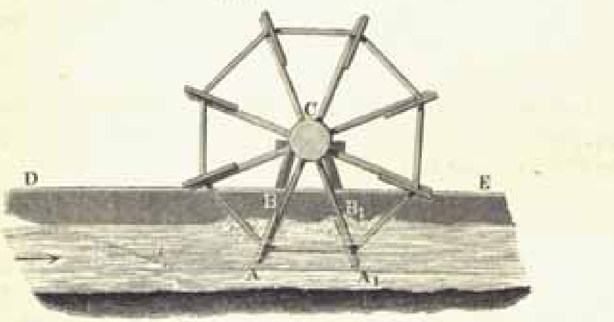
heraus, wenn h die Geschwindigkeitshöhe $\frac{c^2}{2g}$ bezeichnet. Für fünf Räder folgt

$L = {}^5/_6\, Q h \gamma$, und für n Räder $L = \frac{n}{n+1}\, Q h \gamma$, also für sehr viele Räder, $L = Q h \gamma$, während ein Rad L doch nur ${}^1/_2\, Q h \gamma$ giebt. Bloß vom theoretischen Gesichtspunkte aus betrachtet sieht man hiernach, daß viele Räder hinter einander beinahe das ganze Arbeitsvermögen ($Q h \gamma$) des Wassers in sich aufnehmen, während ein Rad allein nur halb so viel Arbeit (${}^1/_2\, Q h \gamma$) verrichtet, als das Wasser leisten kann.

Mehrere Räder neben einander leisten natürlich zusammen eben so viel als ein einziges.

Schiffmühlenräder. Noch hat man **freihängende Räder**, welche nicht von einem Gerinne umschlossen sind, sondern in einem weiten Canale oder Flusse hängen, und deshalb nur einen Theil von der Breite des fließenden Wassers einnehmen. Es gehören hierher vorzüglich die sogenannten **Schiffmühlenräder**, deren Zapfen auf Kähnen oder Schiffen ruhen, die durch §. 92.

Fig. 247.



eingeworfene Anker, angehängte Steine oder am Ufer befestigte Seile festgehalten werden. Zuweilen befindet sich nur das eine Angewelle auf einem Schiffe, während das andere zwischen zwei Säulen am Ufer festgehalten wird. Ruhen beide Zapfen auf Schiffen, so befindet sich die ausübende Maschine ebenfalls auf einem Schiffe, daher der Name **Schiffmühle**; ruht aber nur der eine Zapfen auf einem Schiffe, so nimmt die ausübende Maschine ihren Platz auf dem Lande ein.

Die Construction der Schiffmühlenräder weicht insofern in der Regel von der anderer Räder ab, als diese Räder oft mit gar keinem Kranze ausgerüstet, und ihre Schaufeln unmittelbar auf den Radarmen befestigt sind. Diese Räder sind nur 4 bis 5 m hoch und haben oft nur sechs Schaufeln; es ist jedoch besser, ihnen zwölf oder mehr Schaufeln zu geben. Die Schaufeln muß man sehr lang und breit machen, damit sie einen großen Wasserstrom aufnehmen, der ohnedies wegen seiner meist nur mäßigen Geschwindigkeit keine große lebendige Kraft besitzt. Die Länge der Schaufeln beträgt

2 bis 6 m und die Breite 0,4 bis 0,6 m. Es ist übrigens zweckmäßig, den Schaufeln nach außen 10 bis 20° Neigung gegen den Strom zu geben, sie mit Leisten einzufassen und nicht viel über die Hälfte ins Wasser eintauchen zu lassen.

Fig. 247 (a. v. S.) zeigt einen Theil einer Schiffmühle; AC ist das mit acht Schaufeln AB, A_1B_1 ... ausgerüstete Schiffmühlenrad und DE der Kahn oder das Schiff, auf welchem das eine Wellenende C ruht. Um das Biegen der Arme zu verhindern, sind dieselben mit einander durch Streben verbunden.

Zuweilen besteht eine Schiffmühle aus zwei Rädern, deren gemeinschaftliche Axe in der Mitte von einem einzigen Schiffe getragen wird.

Die Leistungen der Schiffmühlenräder sind aus doppelten Gründen kleiner als die der Räder, welche in Gerinnen hängen, denn es weicht hier nicht nur ein Theil des Wassers zur Seite der Schaufeln und unter denselben aus, sondern es geht auch hier ein größeres Wasserquantum durch das Rad, ohne zum Stoße zu gelangen, weil die Anzahl der eingetauchten Schaufeln sehr klein, zuweilen sogar nur $1\frac{1}{2}$ bis 2 ist.

§. 93. **Leistung freihängender Räder.** Wir können die theoretische Leistung eines freihängenden Wasserrades wie die eines Rades im Gerinne durch die Formel

$$L = Pv = \frac{c - v}{g}\, v c F \gamma$$

ausdrücken, wenn wieder c und v die Geschwindigkeiten des Wassers und Rades, sowie F den Inhalt des eingetauchten Theiles einer Schaufelfläche (ohne Rücksicht auf die Aufstauung vor derselben) bezeichnet. Wegen der Wasserverluste müssen wir aber diesen Ausdruck noch durch einen Coefficienten multipliciren, dessen Werth wir nach Gerstner wenigstens theilweise bestimmen können. Ist die Zahl z_1 der eingetauchten Schaufeln nicht sehr klein, so haben wir auch hier wie bei den unterschlächtigen Rädern das wirklich zum Stoße gelangende Wasserquantum nach (11) in §. 88:

$$Q_1 = \left(1 - \frac{c^2}{3\, z_1^2\, (c - v)^2}\right) Q;$$

ist sie aber klein, so trifft vielleicht schon der oberste Wasserfaden AB einer Zelle AD, Fig. 248, nicht vollständig die Schaufel AK vor ihm, es ist vielmehr nur ein Theil AN desselben, welcher noch zum Stoße gelangt. In diesem Falle findet ein Wasserverlust bei allen Wasserfäden statt, und es ist das Verhältniß des stoßenden Wasserquantums zum ankommenden:

$$\frac{Q_1}{Q} = \frac{\text{Fläche } ANN_1FA_1}{\text{Fläche } ABB_2FA_1},$$

oder, da nach §. 88, Fläche $ANN_1FA_1 = \frac{c - v}{v}$ mal Segment AOF ist,

$$\frac{Q_1}{Q} = \frac{{}^2\!/_3\, \frac{c - v}{v}\, AO}{AB} = {}^2\!/_3\, \frac{c - v}{v}\, \frac{z_1 AD}{\frac{c}{v} AD} = \frac{2\, z_1}{3}\, \frac{c - v}{c}.$$

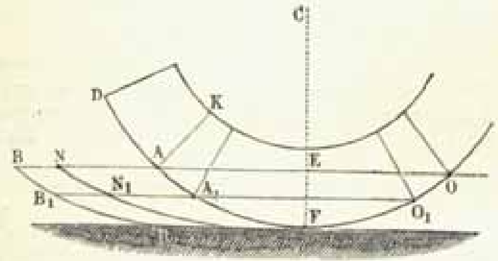
Es ist also in diesem Falle die Leistung des Wasserrades:

$$\text{I. } L = \frac{c - v}{g}\, v\, \frac{2\, z_1}{3}\, \frac{c - v}{c}\, Q\gamma = \frac{2\, z_1}{3}\, \frac{(c - v)^2 v}{g c}\, Q\gamma$$
$$= {}^2\!/_3\, z_1\, \frac{(c - v)^2}{g}\, v F \gamma.$$

Die größte Leistung findet hiernach für $v = {}^1\!/_3\, c$ statt, und beträgt:

$$L = {}^2\!/_3\, z_1\, {}^4\!/_{27}\, \frac{c^3}{g}\, F\gamma = \frac{8\, z_1}{81}\, \frac{c^3}{g}\, F\gamma.$$

Fig. 248.



Setzt man noch $Fc = Q$, so erhält man:

$$L = \frac{8\, z_1}{81}\, \frac{c^2}{g}\, Q\gamma = \frac{16\, z_1}{81}\, \frac{c^2}{2g}\, Q\gamma,$$

und daher den Wirkungsgrad:

$$\eta = \frac{16\, z_1}{81},$$

z. B. für $z_1 = {}^3\!/_2$:

$$\eta = {}^{24}\!/_{81} = 0{,}296.$$

Die obige Formel I. findet jedoch keine Anwendung, wenn die Zahl der Schaufeln beträchtlich ist, denn sie setzt voraus, daß $AN < AB$, also:

$$\frac{c - v}{v}\, AO < AB \text{ oder } \frac{c - v}{v} < \frac{\frac{c}{v}\, AD}{z_1 AD},$$

d. i.

$$z_1 < \frac{c}{c - v}$$

sei. Ist nun z. B. $v = \frac{1}{3}c$, so erhält man zur Bedingung, daß $z_1 < \frac{3}{2}$ sei, ist aber $v = \frac{1}{2}c$, so folgt die Bedingung $z_1 < 2$ u. s. w. Es tritt also in dem Falle, wenn zwei oder mehr Schaufeln unter das Wasser tauchen, der eben abgehandelte Fall nicht ein, und es gilt dann die Formel für Räder im Gerinne auch hier, nämlich:

$$\text{II.} \quad L = \left(1 - \frac{c^2}{3 z_1^2 (c - v)^2}\right) \frac{c - v}{g} v c F \gamma.$$

Uebrigens läßt sich die Zahl z_1 der eingetauchten Schaufeln aus der Anzahl z aller Schaufeln leicht berechnen, wenn man den Radhalbmesser a und die Tiefe $EF = e_1$ der Eintauchung giebt, es ist nämlich:

$$\frac{z_1}{z} = \frac{AO}{2 \pi a},$$

oder, da sich $AO = 2 AE = 2 \sqrt{2 a e_1}$ setzen läßt,

$$\frac{z_1}{z} = \frac{\sqrt{2 a e_1}}{\pi a} = 0,45 \sqrt{\frac{e_1}{a}}.$$

Beispiel. Welche Leistung verspricht ein Schiffmühlenrad von 5 m Höhe und mit acht 4 m langen Schaufeln, welche 0,35 m tief ins Wasser tauchen, wenn letzteres mit 1,5 m Geschwindigkeit anstößt? Wir haben hier:

$$\frac{z_1}{z} = 0,45 \sqrt{\frac{0,35}{2,5}} = 0,45 . 0,374 = 0,168,$$

daher:

$$z_1 = 0,168 . 8 = 1,34,$$

und folglich die Formel:

$$L = \frac{2}{3} z_1 \frac{(c - v)^2 v F \gamma}{g}$$

in Anwendung zu bringen. Lassen wir nun das Rad mit 0,6 m Geschwindigkeit umgehen, so erhalten wir die in Frage stehende Leistung:

$$L = \frac{2}{3} 1,34 \frac{0,9^2 . 0,6}{9,81} 4 . 0,35 . 1000 = 62,0 \text{ mkg}.$$

Giebt man diesem Rade 16 Schaufeln, um eine größere Leistung zu gewinnen, so hat man $z_1 = 2,68$, und daher nach der Formel II.:

$$L = \left(1 - \frac{1,5^2}{3 . 2,68^2 . 0,9^2}\right) \frac{0,9}{9,81} 1,5 . 0,6 . 4 . 0,35 . 1000 = 100,7 \text{ mkg}.$$

§. 94. **Versuche mit freihängenden Rädern.**

Versuche über die Leistungen der Wasserräder im unbegrenzten Strome sind von Deparcieux, Bossut und Poncelet angestellt worden. Am ausgedehntesten sind die allerdings nur an einem Modellrade vorgenommenen Versuche von Bossut. Dieses Rad hatte eine Höhe von 0,975 m und enthielt 24 Schaufeln von

0,135 m Länge, welche 0,108 m tief in dem Wasser gingen, das eine Geschwindigkeit von 1,854 m besaß. Aus den Resultaten der Versuche berechnet sich der Coefficient, womit der Ausdruck

$$L = \frac{(c - v)^2}{g} v F \gamma$$

zu multipliciren ist, um die effective Leistung zu geben, $\chi = 1,37$ bis $1,79$, dagegen der Coefficient, womit der Ausdruck

$$L = \frac{c - v}{g} v c F \gamma$$

zu multipliciren ist, um die effective Leistung zu erhalten, $\chi = 0,877$ bis $0,706$ (s. d'Aubuisson's Hydraulik, §. 352). Die Grenzwerthe des letzteren Coefficienten sind einander etwas näher als die des ersteren, da aber die Zahl der Radschaufeln 24 betrug, so ist es auch nicht anders zu erwarten, denn es findet hier jedenfalls die Formel II. des vorigen Paragraphen,

$$L = \left(1 - \frac{c^2}{3 z_1^2 (c - v)^2}\right) \frac{c - v}{g} v c F \gamma,$$

ihre Anwendung. In der Regel wird man die Schaufelzahl so groß machen, daß immer mindestens zwei Schaufeln ins Wasser tauchen, und daher die letzte Formel mit dem mittleren Coefficienten $\chi = 0,8$ anwenden, also

$$L = 0,8 \frac{c - v}{g} v c F \gamma = 81,5 (c - v) c v F \text{ mkg}$$

setzen können.

Hiermit stimmen auch die Beobachtungen von Poncelet, welche derselbe an drei Rädern in der Rhone angestellt hat, überein. Diese Räder hatten $2\frac{1}{2}$ bis $2\frac{2}{3}$ m lange Schaufeln, welche $\frac{2}{3}$ bis $\frac{3}{4}$ m tief im Wasser gingen, das $1\frac{1}{5}$ bis 2 m Geschwindigkeit besaß. Auch führt Poncelet noch eine Beobachtung von Boistard und eine andere von Christian an, welche beide gut hiermit übereinstimmen.

Nach den Versuchen von Bossut findet, ganz in Uebereinstimmung mit der Theorie, die größte Wirkung statt, wenn das Rad mit der Geschwindigkeit $v = 0,4 c$ umgeht; auch hat Poncelet gefunden, daß bei den soeben besprochenen Rädern in der Rhone das vortheilhafteste Geschwindigkeitsverhältniß $\frac{v}{c} = 0,4$ war.

Wenn wir in der obigen Formel $v = 0,4 c$ einsetzen, so bekommen wir die effective Leistung:

$$L = 0,8 \frac{0,6 . 0,4 c^3}{g} F \gamma = 0,192 \frac{c^3}{g} F \gamma = 0,384 \frac{c^2}{2 g} Q \gamma,$$

und also den Wirkungsgrad:

$$\eta = 0{,}384.$$

Die Versuche Deparcieux's waren besonders darauf gerichtet, die vortheilhafteste Stellung der Schaufeln zu finden; aus ihnen folgt, wie aus denen von Bossut, daß eine Neigung von 60° gegen den Strom die vortheilhafteste ist.

Anmerkung. Es ist lange in Zweifel gezogen worden, welche von den Formeln

$$L = \frac{\chi\,(c - v)^2}{g}\, v F \gamma \quad \text{oder} \quad L = \frac{\chi_1\,(c - v)}{g}\, v c F \gamma$$

die richtigere sei; man hat jene die Parent'sche und diese die Borda'sche genannt. Wenn nun auch bei einem Rade im unbegrenzten Wasser nicht alles Wasser, welches gegen die Schaufeln anrückt, nach dem Stoße die Geschwindigkeit der Schaufeln annimmt, da dem Wasser Gelegenheit zum Entweichen am Umfange gegeben wird, so läßt sich doch bei dem großen Inhalte einer Schaufelfläche erwarten, daß wenigstens der größere Theil des Wassers bei dem Stoße gegen die Schaufel die Geschwindigkeit derselben annimmt, und aus diesem Grunde ist die größere Uebereinstimmung der Erfahrung mit der Borda'schen Formel erklärlich. Die in §. 93 entwickelte Gerstner'sche Formel (I) stimmt mit der Parent'schen natürlich in der Form zusammen, denn die Parent'sche Formel ist ohne Coefficienten

$$L = \frac{(c - v)^2}{2g}\, v F \gamma,$$

und unter der Voraussetzung entwickelt, daß der Stoß durch die der relativen Geschwindigkeit $c - v$ entsprechende Geschwindigkeitshöhe gemessen werde. (Vergleiche Thl. I, wo die Stoßkraft zu $1{,}86\,\frac{c^2}{2g}\,F\gamma$ angegeben wird, wenn $v = 0$ ist.)

Beispiel. Für das Schiffmühlenrad, welches wir schon im Beispiele des vorigen Paragraphen behandelt haben, ist $c = 1{,}5$, $v = 0{,}6$, $F = 4 . 0{,}35 = 1{,}4$, daher die effective Leistung nach Poncelet:

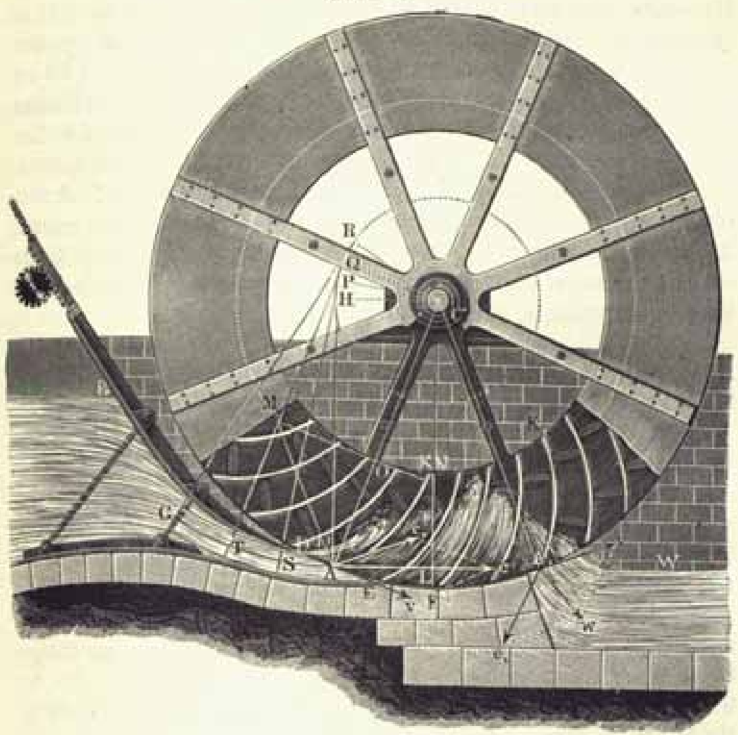
$$L = 0{,}8\ \frac{1{,}5 - 0{,}6}{9{,}81}\ 0{,}6 . 1{,}5 . 1{,}4 . 1000 = 92{,}5 \text{ mkg},$$

während wir durch die theoretische Formel ein Mal bei 8 Schaufeln, 62,0 und ein zweites Mal bei 16 Schaufeln 100,7 mkg gefunden haben.

§. 95. Ponceleträder. Wenn man die Schaufeln unterschlächtiger Räder so krümmt, daß der eintretende Wasserstrahl an der hohlen Seite derselben hinströmen und dadurch gegen dieselbe drücken kann, ohne einen Stoß hervorzubringen, so erhält man eine größere Leistung, als wenn das Wasser ebene Schaufeln mehr oder weniger rechtwinkelig stößt. Solche Räder mit krummen Schaufeln heißen nach ihrem Erfinder Poncelet'sche oder

Ponceleträder. Sie sind besonders bei kleinen Gefällen (unter 2 m) von großem Nutzen, weil sie mehr leisten, als unterschlächtige Räder mit oder ohne Kropf. Bei größerem Gefälle werden sie jedoch von den mittelschlächtigen Kropfrädern in der Leistung übertroffen; auch ist, wie wir weiter unten sehen werden, in diesem Falle ihre Construction eine schwierigere, weshalb man sie bei Gefällen über 2 m nicht gern anwendet. Poncelet behandelt diese Räder in der besonderen Schrift: Mémoire sur les roues

Fig. 249.



hydrauliques à aubes courbes, mues par-dessous, Metz 1827, ausführlich. Ihre Einrichtung ist aus Fig. 249 zu ersehen, welche die untere Hälfte eines solchen Rades vorstellt. Man sieht in C die Axe und in AK, A_1K_1 u. s. w. Schaufeln des Rades; BD ist das geneigte Schutzbrett und TA der eintretende und an den Schaufeln AK und A_1K_1 hinauf- und herabsteigende Wasserstrahl, sowie W die Oberfläche des Unterwassers. Damit fast alles Wasser zur Wirkung gelange, muß dem Rade nur ein sehr enger Spielraum in dem Gerinne gelassen werden, und um die partielle

Contraction zu verhindern, wird die untere Kante des Schutzbrettes unten abgerundet. Damit ferner so wenig wie möglich lebendige Kraft durch die Reibung des Wassers im Zuflußgerinne verloren gehe, wird die Mündung ganz nahe an das Rad gerückt und das Brett gegen den Horizont geneigt; auch erhält wohl das Vorgerinne $^1/_{10}$ bis $^1/_{15}$ Neigung, um dadurch den Verlust durch Wasserreibung in demselben wieder auszugleichen. In der Regel umgiebt man das Rad mit einem kreisförmigen Kropfe, welcher sich wenigstens auf zwei Schaufeltheilungen erstreckt, und damit das Rad nicht im Unterwasser wate, bringt man hinter diesem Kropfe einen Abfall von 0,15 m Höhe an, und erweitert zu diesem Zwecke auch wohl den Abzugsgraben. Man baut Ponceleträder von 3 bis 6 m Höhe und giebt ihnen 32 bis 48 Schaufeln von Blech oder Holz. Die hölzernen Schaufeln sind aus Dauben zusammenzusetzen wie eine Tonne, und außen zuzuschärfen oder mit einer Blechkante auszurüsten. Viel zweckmäßiger sind jedoch die Blechschaufeln. Die Anwendung von Eisen statt des Holzes ist bei den Ponceleträdern vorzüglich zu empfehlen, weil die gute Wirkung dieser Räder von einer genauen Ausführung wesentlich mit abhängt. Die Schutzöffnung macht man höchstens 0,3 m hoch, in der Regel, namentlich aber bei größeren Gefällen von 1,5 bis 2 m, nur 0,15 m, und noch niedriger.

§. 96. **Theorie der Ponceleträder.** Um eine möglichst große Wirkung von einem Ponceletrade zu erhalten, ist es nöthig, daß das Wasser ohne Stoß in das Rad eintrete. Ist $Ac = c$, Fig. 249, die Geschwindigkeit des eintretenden Wassers und $Av = v$ die Umfangsgeschwindigkeit des Rades, so erhält man in der Seite $Ac_1 = c_1$ des Parallelogramms $Avcc_1$, welches der Seite $Av = v$ und Diagonale $Ac = c$ entspricht, die Größe und Richtung der Geschwindigkeit des Wassers in Hinsicht auf das Rad. Wenn man daher die Schaufel AK tangential an Ac_1 anschließt, so wird das Wasser an ihr, ohne irgend einen Stoß auszuüben, mit der Geschwindigkeit c_1 in die Höhe zu steigen anfangen. Setzt man den Winkel cAv, um welchen die Richtung des ankommenden Wassers von dem Radumfange oder der Tangente Av abweicht, gleich α, so hat man die relative Anfangsgeschwindigkeit des an den Schaufeln in die Höhe steigenden Wassers:

$$c_1 = \sqrt{c^2 + v^2 - 2cv\cos\alpha} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

und für den Winkel $vAc_1 = \beta$, um welchen die Richtung der Schaufeln von dem Radumfange oder der Tangente Av abweicht,

$$\sin\beta = \frac{c\sin\alpha}{c_1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Damit das Wasser nicht bloß in der Mitte A der Strahldicke, sondern in ganzer Höhe, also auch in D und E unter dem Winkel α in das Rad ein-

trete, muß es dem Rade in einem Kreisevolventenbogen GA zugeführt werden, dessen Grundkreis mit dem Rade einerlei Mittelpunkt C hat, und dessen Erzeugungslinie AH in A auf Ac oder auf der Bewegungsrichtung des Strahles bei seinem Eintritte in das Rad rechtwinkelig steht. Denn zieht man in dem der halben Strahlhöhe gleichen Abstande Aequidistanten zu diesem Evolventenbogen, so sind diese gleiche Evolventenbögen und schneiden den Radumfang in D und E unter demselben Winkel, wie der erstere in A. Um die der Axe des eintretenden Wasserstrahles entsprechende Evolvente zu construiren, schneide man auf dem Grundkreise beliebige Stücke HP, PQ u. s. w. ab, führe Berührungslinien durch die dadurch bestimmten Punkte $P, Q \ldots$ und mache diese gleich der ersten Tangente AH plus dem zwischenliegenden Bogenstück HP, HQ u. s. w.

Das Wasser steigt, wie ein fester Körper, an der Schaufel mit abnehmender Geschwindigkeit in die Höhe, während es mit der Schaufel gleichzeitig noch die Umdrehungsgeschwindigkeit v besitzt. Auf einer gewissen Höhe angekommen, hat es seine relative Geschwindigkeit ganz verloren, und es fällt nun auf der Schaufel beschleunigt herab, so daß es zuletzt mit derselben Geschwindigkeit c_1 wieder am äußeren Ende A_1 ankommt, mit welcher es zu steigen anfing. Vereinigt man nun die relative Geschwindigkeit $A_1c_1 = c_1$ des bei A_1 austretenden Wassers mit der Umfangsgeschwindigkeit $A_1v = v$ durch das Parallelogramm der Geschwindigkeiten, so erhält man in dessen Diagonale $A_1w = w$ die absolute Geschwindigkeit des abfließenden Wassers. Diese Geschwindigkeit ist

$$w = \sqrt{c_1^2 + v^2 - 2c_1v\cos\beta} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

und demnach die mechanische Arbeit, welche das abfließende Wasser behält und, ohne dem Rade mitgetheilt zu haben, mit sich fortnimmt:

$$L_1 = \frac{w^2}{2g}\,Q\gamma = \frac{c_1^2 + v^2 - 2c_1v\cos\beta}{2g}\,Q\gamma \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Zieht man nun diesen Verlust von der Leistung $\frac{c^2}{2g}\,Q\gamma$, welche das Wasser vermöge seiner lebendigen Kraft vor dem Eintritte in das Rad verrichten kann, ab, so bekommt man folgenden Ausdruck für die theoretische Radleistung:

$$L = \left(\frac{c^2}{2g} - \frac{w^2}{2g}\right)Q\gamma = \frac{c^2 - w^2}{2g}\,Q\gamma$$

$$= \frac{c^2 - c_1^2 - v^2 + 2c_1v\cos\beta}{2g}\,Q\gamma \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

oder, da $c^2 = c_1^2 + v^2 + 2c_1v\cos\beta$ ist, auch

$$L = \frac{2c_1v\cos\beta}{g}\,Q\gamma \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

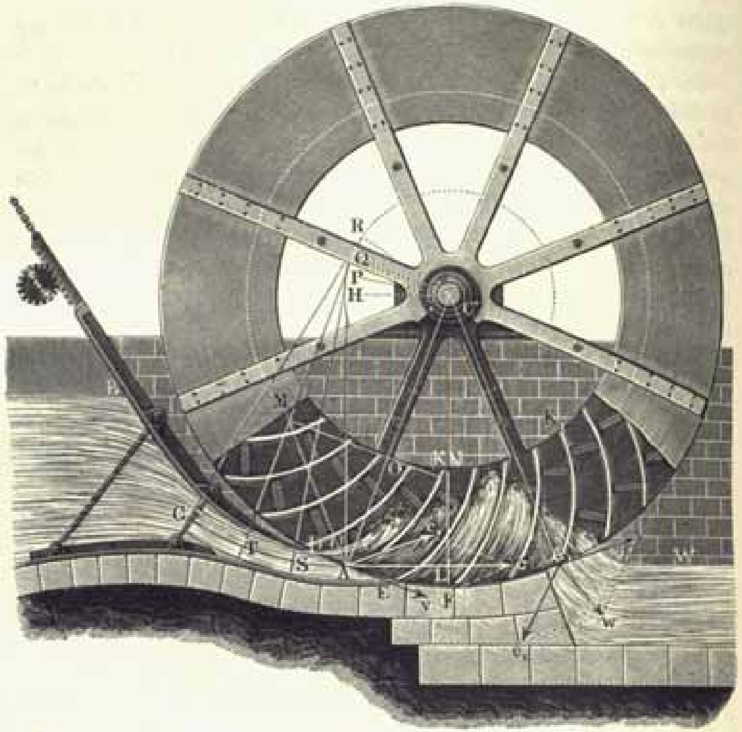
und es folgt, wenn man noch $c_1 \cos \beta = c \cos \alpha - v$ einsetzt, diese **Leistung**

$$L = 2 v \frac{c \cos \alpha - v}{g} Q \gamma \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

Man sieht nun leicht ein, daß für $v = \frac{1}{2} c \cos \alpha$ die Leistung am größten, und zwar

$$L = \frac{c^2 \cos^2 \alpha}{2 g} Q \gamma. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

Fig. 250.



wird, und daß der Arbeitsverlust sogar Null wäre, also die ganze disponible Arbeit

$$L = \frac{c^2}{2 g} Q \gamma$$

gewonnen würde, wenn man $\cos \alpha = 1$, also $\alpha =$ Null hätte.

Wenn es auch nicht möglich ist, den Eintrittswinkel $\alpha =$ Null zu machen, so folgt doch wenigstens hieraus, daß man α nicht sehr groß (nicht über 20°)

machen darf, um eine große Leistung zu erhalten, und es ist auch hiernach zu ersehen, daß man die Umfangsgeschwindigkeit des Rades nur wenig kleiner als die halbe Geschwindigkeit des zufließenden Wassers zu machen hat, um einen großen Wirkungsgrad des Rades zu erlangen.

Die senkrechte Höhe LN, zu welcher das Wasser aufsteigt, während es an den Schaufeln hingeht, wäre $\frac{c_1^2}{2 g}$, wenn das Rad still stände; da es aber mit einer Geschwindigkeit v umläuft, so entsteht eine Centrifugalkraft, welche mit der Schwerkraft in nahezu gleicher Richtung wirkt und eine Acceleration p erzeugt, die sich $\frac{v_1^2}{a_1}$ setzen läßt, wenn a_1 den mittleren Radkranzhalbmesser, und v_1 die mittlere Geschwindigkeit des Radkranzes oder die Geschwindigkeit im Mittel der Kranzbreite bezeichnet. S. Thl. I. Es ist sonach zu setzen:

$$(g + p) h_1 = \frac{c_1^2}{2} \text{ oder } \left(g + \frac{v_1^2}{a_1}\right) h_1 = \frac{c_1^2}{2},$$

und daher die gesuchte **Steighöhe**:

$$h_1 = \frac{c_1^2}{2\left(g + \frac{v_1^2}{a_1}\right)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

Damit das Wasser nicht oben bei N überschlägt, ist nun nöthig, daß die Kranzbreite eine gewisse Größe $FN = d$ habe, welche bestimmt ist durch die Gleichung:

$$d = LN + FL = h_1 + CF - CL,$$

d. i.:

$$d = h_1 + a - a \cos ACF = \frac{c_1^2}{2\left(g + \frac{v_1^2}{a_1}\right)} + a\,(1 - \cos \lambda),$$

wobei λ den Winkel ACF bezeichnet, um welchen der Eintrittspunkt A vom Radtiefsten F absteht. Jedenfalls ist aber hierzu noch die Strahldicke d_1 zu addiren, weil die oberen Wasserfäden bei Annahme einer mittleren Geschwindigkeit im ganzen Strahle um diese Höhe höher steigen als die unteren Fäden. Wir setzen also die **Kranzbreite**:

$$d = d_1 + \frac{c_1^2}{2\left(g + \frac{v_1^2}{a_1}\right)} + a\,(1 - \cos \lambda) \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

Die Radweite läßt sich der Strahlbreite $e = \frac{Q}{d_1 c}$ gleichsetzen. Nimmt man den Fassungsraum $d e v_1$ des Rades 2- bis $2^1/_2$ mal so groß als das Aufschlagquantum Q an, so hat man die Gleichung:

$$dv_1 = 2\,d_1 c \text{ bis } 2{,}5\,d_1 c,$$

woraus sich die Strahldicke

$$d_1 = {}^2/_5\,\frac{d\,v_1}{c} \text{ bis } {}^1/_2\,\frac{d\,v_1}{c}$$

ergiebt. Da

$$\frac{v_1}{v} = \frac{a - {}^1/_2\,d}{a}$$

ist, so hat man auch:

$$v_1 = \left(1 - \frac{d}{2\,a}\right) v,$$

und daher:

$$d_1 = {}^2/_5 \left(1 - \frac{d}{2\,a}\right) \frac{d\,v}{c} \text{ bis } {}^1/_2 \left(1 - \frac{d}{2\,a}\right) \frac{d\,v}{c},$$

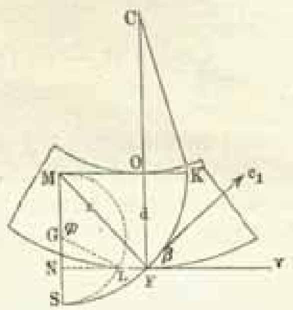
oder, $v = {}^1/_2\,c \cos\alpha$ gesetzt,

$$d_1 = {}^1/_5 \left(1 - \frac{d}{2\,a}\right) d \cos\alpha \text{ bis } {}^1/_4 \left(1 - \frac{d}{2\,a}\right) d \cos\alpha \quad . \quad (11)$$

Nach Morin ist $d = \frac{a}{3}$ bis $\frac{a}{2}$, also der Radhalbmesser a nur zwei- bis dreimal so groß zu machen als die Kranzbreite.

Ein anderes wichtiges Verhältniß ist nun noch die Bestimmung der Eintritts- und Austrittsstelle, oder die Größe des wasserhaltenden Bogens AA_1, den wir am besten auf beiden Seiten des Radtiefsten F gleichmäßig vertheilen. Die Länge dieses Bogens hängt von der Zeit ab, welche das Wasser zum Auf- und Absteigen an den Schaufeln nöthig hat. Um diese zu finden, muß aber die Gestalt und Ausdehnung der Schaufeln bekannt sein. Ist diese Zeit gleich t, so können wir setzen:

Fig. 251.



$$AA_1 = 2\,\lambda a = vt,$$

und sonach den Bogen, um welchen Ein- und Austrittspunkt (A und A_1) des Wassers vom Radtiefsten F abstehen:

$$\lambda = \frac{vt}{2\,a} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (12)$$

Damit das Wasser, wenn es die höchste Stelle K, Fig. 251, auf der Schaufel erreicht hat, daselbst nicht überschlage, sondern an der Schaufel

wieder niederfalle, ist es nöthig, daß das innere Schaufelende K beim tiefsten Stande FK der Schaufel nicht überhänge, damit aber auf der anderen Seite die Schaufel nicht unnöthig lang ausfalle, ist nöthig, daß das Schaufelende K den inneren Radumfang nicht sehr spitz schneide; aus diesen Gründen ist ein verticaler Stand des inneren Schaufelendes beim mittleren Schaufelstande am zweckmäßigsten. Giebt man nun der Schaufel eine cylindrische Form, so erhält man das Centrum M ihres kreisbogenförmigen Durchschnittes, wenn man MF rechtwinkelig auf Fc_1 stellt und OM horizontal zieht. Aus der Radtiefe oder Kranzbreite $FO = d$ ergiebt sich der Krümmungshalbmesser $MF = KM = r$, da der Winkel $MFO = c_1Fv = \beta$ ist,

$$r = \frac{d}{\cos\beta} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (13)$$

Die Zeit zum Hinauf- und Hinabsteigen des Wassers an dem Bogen FK finden wir wie die Schwingungszeit eines Pendels, indem wir statt der Acceleration der Schwere die Summe $g + \frac{v_1^2}{a_1}$ aus der Acceleration g derselben und aus der mittleren Centrifugalacceleration $\frac{v_1^2}{a_1}$ einsetzen.

Für die Zeit, welche zum Hinaufsteigen des Wassers an dem Bogen von F bis K erforderlich ist, wurde in Thl. I die Formel gefunden:

$$t = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{r}{g}}\,\varphi \left[1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \frac{h}{2\,r} + \left(\frac{1\,.\,3}{2\,.\,4}\right)^2 \left(\frac{h}{2r}\right)^2 + \cdots\right],$$

worin r die Länge des Pendels, hier $MF = MK$, ferner h die ganze Fallhöhe desselben bis zum tiefsten Punkte, hier MS ebenfalls gleich r, und φ den Centriwinkel LGM bedeutet, welcher dem wirklich durchlaufenen Raume FK in demjenigen Halbkreise entspricht, der über MS gezeichnet werden kann. Demgemäß erhält man die zu einem Aufsteigen und Absteigen erforderliche Zeit:

$$t = \sqrt{\frac{r}{g + \frac{v_1^2}{a_1}}}\,\varphi \left[1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \frac{1}{2} + \left(\frac{1\,.\,3}{2\,.\,4}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1\,.\,3\,.\,5}{2\,.\,4\,.\,6}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \cdots\right] = 1{,}187\,\varphi \sqrt{\frac{r}{g + \frac{v_1^2}{a_1}}} \quad . \; . \quad (14)$$

mit welchem Werthe der Winkel λ sich aus (12) ergiebt. Zur Bestimmung des Hülfswinkels $LGM = \varphi$ hat man die Gleichung:

$$\cos \varphi = -\frac{NG}{LG} = -\frac{r \cos \beta - \frac{1}{2} r}{\frac{1}{2} r} = 1 - 2 \cos \beta$$

oder

$$\sin \tfrac{1}{2} \varphi = \sqrt{\cos \beta} \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (15)$$

Um zunächst für die Wahl eines geeigneten Radhalbmessers a einen Anhalt zu haben, sei etwa als angemessen erachtet, den Wasserstrahl horizontal in das Rad einzuführen, d. h. also $\alpha = \lambda$ und zwar passend gleich 20° anzunehmen. Dann kann die aus (12) und (14) folgende Gleichung

$$\lambda = \frac{vt}{2a} = \frac{v}{a}\, 0{,}59\, \varphi \sqrt{\frac{r}{g + \frac{v_1^2}{a_1}}} \; . \; . \; . \; . \; . \quad (16)$$

dazu dienen, den Halbmesser a abhängig von dem Gefälle h festzustellen, wenn man, für diesen Zweck nahe genug $v = v_1 = \frac{1}{2} c = \frac{1}{2} \sqrt{2gh}$; ferner $a_1 = a$, $r = \frac{1}{4} h$, $\varphi = \pi$ annimmt. Mit diesen Werthen erhält man

$$\lambda = 3{,}14 \frac{20}{180} = 0{,}3491 = \tfrac{1}{2} \frac{4{,}429 \sqrt{h}}{a} 0{,}59 \,.\, 3{,}14 \sqrt{\frac{\frac{1}{4} h}{9{,}81 + \frac{1}{4} \frac{2 \,.\, 9{,}81 h}{a}}}$$

$$= 2{,}05 \sqrt{\frac{h^2}{9{,}81\, a^2 + 4{,}905\, a h}}.$$

Aus dieser Gleichung folgt nach kurzer Reduction

$$a^2 + 0{,}5\, a h = 3{,}53\, h^2,$$

woraus

$$a = -\,0{,}25\, h + \sqrt{(3{,}53 + 0{,}0625)\, h^2} = 1{,}63\, h = rot\, 1{,}6\, h \quad (17)$$

folgt.

Nimmt man die Strahldicke d_1 zunächst zur Bestimmung der Wassergeschwindigkeit c zu $d_1 = \frac{1}{4} d = \frac{1}{16} h$ an, so erhält man die Ausflußgeschwindigkeit des Wassers:

$$c = \mu \sqrt{2g\, (h - \tfrac{1}{2} d_1)} = \mu \sqrt{2g \,.\, \tfrac{31}{32} h}$$

$$= 0{,}98\, \mu \sqrt{2gh} \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (18)$$

ferner die vortheilhafteste Geschwindigkeit des Rades:

$$v = \tfrac{1}{2} c \cos \alpha \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (19)$$

und die Umdrehungszahl:

$$n = \frac{30\, v}{\pi a} \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (20)$$

Der Schaufelwinkel β ist ferner durch die Formel

$$cotg\, \beta = cotg\, \alpha - \frac{v}{c \sin \alpha} = \tfrac{1}{2}\, cotg\, \alpha,$$

d. i. durch

$$tang\, \beta = 2\, tang\, \alpha \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (21)$$

bestimmt.

Auch erhält man nun für die relative Anfangsgeschwindigkeit des aufsteigenden Wassers mit Rücksicht auf (19) und (21):

$$c_1 = \frac{c \sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v}{\cos \beta} \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (22)$$

und wenn man annähernd

$$\frac{v_1^2}{a_1} = \left(1 - \frac{d}{2a}\right) \frac{v^2}{a} = \left(1 - \frac{h}{8a}\right) \frac{v^2}{a} = 0{,}9\, \frac{v^2}{a}$$

und in (10)

$$d_1 = \tfrac{1}{16} h = \tfrac{1}{16} \frac{a}{1{,}6} = 0{,}04\, a$$

setzt, so folgt die Radtiefe, schärfer bestimmt:

$$d = d_1 + \frac{c_1^2}{2\left(g + 0{,}9\, \frac{v^2}{a}\right)} + (1 - \cos 20^0)\, a$$

$$= \tfrac{1}{2} \frac{c_1^2}{g + 0{,}9\, \frac{v^2}{a}} + 0{,}1\, a \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (23)$$

Damit das Wasser auch bei langsamerem Gange nicht überschlägt, setzt man noch 3 bis 10 Centimeter zu.

Die schärfer bestimmte Strahlhöhe ist nun:

$$d_1 = \tfrac{1}{4} \left(1 - \frac{d}{2a}\right) d \cos \alpha \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (11)$$

und die Radweite:

$$e = \frac{Q}{d_1 c} = \frac{2\, Q}{d\, v_1} \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (24)$$

Für die Schaufelkrümmung ist endlich der Halbmesser:

$$r = \frac{d}{\cos \beta} \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (13)$$

und für den Hülfswinkel φ:

$$\sin \tfrac{1}{2} \varphi = \sqrt{\cos \beta} \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (15)$$

Mit Hülfe der Größen v, a, r und φ läßt sich dann λ nach (16) schärfer bestimmen.

Nimmt man den mittleren Abstand zweier Schaufeln von einander etwa gleich 0,3 m, so ergiebt sich endlich die Schaufelzahl

$$Z = \frac{2\,\pi\,a_1}{0{,}3} = 20\,a_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (25)$$

Beispiel. Man soll für ein Gefälle $h = 1{,}5$ m und für ein Aufschlagquantum $Q = 1$ cbm pr. Minute ein Ponceletrad anordnen und berechnen.

Nehmen wir $\alpha = \lambda = 20$ Grad an, so erhalten wir zunächst den Radhalbmesser $a = 1{,}6\,h = 2{,}4$ m, und setzen wir den Geschwindigkeitscoefficienten gleich dem Ausflußcoefficienten $\mu = 0{,}90$, so ergiebt sich die mittlere Geschwindigkeit des bei A eintretenden Wassers nach (18):

$$c = 0{,}98 \,.\, 0{,}9 \,.\, 4{,}429\,\sqrt{1{,}5} = 4{,}784 \text{ m},$$

ferner die vortheilhafteste Umfangsgeschwindigkeit des Rades:

$$v = \tfrac{1}{2}\, c \cos 20^0 = 2{,}392 \,.\, 0{,}94 = 2{,}248 \text{ m},$$

und die Umdrehungszahl des Rades pro Minute:

$$n = \frac{30 \,.\, v}{\pi\, a} = \frac{30 \,.\, 2{,}248}{3{,}14 \,.\, 2{,}4} = 8{,}95 \text{ oder nahe 9 Umdrehungen.}$$

Für den Schaufelwinkel β ist:

$$tg\,\beta = 2\,tg\,\alpha = 2\,tg\,20^0 = 2 \,.\, 0{,}3640 = 0{,}7280,$$

daher:

$$\beta = 36^0\,3',$$

oder in runder Zahl, $\beta = 36$ Grad.

Die Anfangsgeschwindigkeit des aufsteigenden Wassers ist:

$$c_1 = \frac{v}{\cos\beta} = \frac{2{,}248}{0{,}809} = 2{,}778 \text{ m}$$

und hiernach die erforderliche Radkranzbreite nach (23):

$$d = \tfrac{1}{2}\,\frac{2{,}778^2}{9{,}81 + 0{,}9\,\dfrac{2{,}248^2}{2{,}4}} + 0{,}1 \,.\, 2{,}4 = 0{,}572 \text{ m}$$

wofür etwa 0,6 m zu nehmen sein dürfte.

Die Strahldicke ist nach (11):

$$d_1 = \tfrac{1}{4}\left(1 - \frac{0{,}6}{2 \,.\, 2{,}4}\right) 0{,}6 \,.\, 0{,}94 = 0{,}124 \text{ m},$$

und die Radweite nach (24):

$$e = \frac{Q}{d_1 c} = \frac{1}{0{,}124 \,.\, 4{,}784} = 1{,}686 \text{ m}.$$

Der Halbmesser der Schaufelkrümmung mißt:

$$r = \frac{d}{\cos\beta} = \frac{0{,}6}{0{,}809} = 0{,}742 \text{ m},$$

und für den entsprechenden Centriwinkel φ hat man:

$$\sin \tfrac{1}{2}\,\varphi = \sqrt{\cos\beta} = \sqrt{\cos 36^0\,3'} = 0{,}8992,$$

hiernach:

$$\tfrac{1}{2}\,\varphi = 64^0\,4' \text{ und } \varphi = 128^0\,8'.$$

Nun folgt genauer nach (16):

$$\lambda = \frac{v}{a}\,0{,}59\,\varphi\,\sqrt{\frac{r}{g + \dfrac{v_1^2}{a_1}}} = \frac{2{,}248}{2{,}4} \cdot 0{,}59\,\frac{128{,}13}{180}\,3{,}14\,\sqrt{\frac{0{,}742}{9{,}81 + \dfrac{2{,}248^2}{2{,}4}}}$$

$$= 0{,}308 \text{ entsprechend } \frac{0{,}308}{3{,}14}\,180 = 17\tfrac{3}{4}{}^0.$$

Nimmt man den Abstand zwischen je zwei Schaufeln, am äußeren Radumfange gemessen, zu 0,3 m an, so erhält man die erforderliche Schaufelzahl:

$$z = \frac{2 \,.\, 3{,}14 \,.\, 2{,}4}{0{,}3} = 50{,}2,$$

wofür der leichten Vertheilung wegen 48 zu setzen sein möchte.

Das disponible Arbeitsquantum ist:

$$L = Q\,h\,\gamma = 1500 \text{ mkg},$$

und die theoretische Leistung dieses Rades:

$$L_1 = \frac{c^2}{2\,g}\,\cos^2\alpha\, Q\,\gamma = 0{,}051 \,.\, 4{,}784^2 \,.\, 0{,}94^2 \,.\, 1000 = 1032 \text{ mkg},$$

folglich der Wirkungsgrad desselben:

$$\eta = \frac{L_1}{L} = \frac{1032}{1500} = 0{,}688.$$

Versuche an Ponceleträdern. Ueber die Leistungen der Ponceleträder hat **Poncelet** selbst Versuche angestellt; es sind dieselben in der oben citirten Abhandlung genau beschrieben und deren Resultate aufgezeichnet. Die ersten Versuche nahm **Poncelet** an einem Modellrade von $\tfrac{1}{2}$ Meter Durchmesser oder ungefähr $\tfrac{1}{6}$ der natürlichen Größe vor. Es war ganz aus Holz gefertigt und hatte zwanzig krumme Holzschaufeln von $2\tfrac{1}{2}$ mm Dicke, 65 mm Breite und 76 mm Länge. Die Wirkung dieses Rades bestimmte er wie **Bossut**, **Smeaton** u. A. mit Hülfe eines Gewichtes, welches durch einen sich um die Welle des Rades wickelnden Bindfaden aufgehoben wurde. Die größten Leistungen ergaben sich, der Theorie entsprechend, wenn die Radgeschwindigkeit 0,5 der Wassergeschwindigkeit war, und der Wirkungsgrad betrug in diesem Falle 0,42 bis 0,56; ersteres bei kleinerer, letzteres aber bei größerer Dicke des Wasserstrahles oder stärkerer Füllung der Zellen. Wenn man nicht das Gefälle, sondern die Geschwindigkeitshöhe des ankommenden Wassers als maßgebend ansieht, so stellt sich der Effect 0,65 bis 0,72 heraus. Später hat **Poncelet** noch Versuche an einem Rade in natürlicher Größe mit einem Bremsdynamometer angestellt und ist dabei zu Ergebnissen gelangt, welche von den eben angeführten nur wenig abweichen. Dieses Rad hatte 11 Fuß (paris. Maß = 3,573 m) Durchmesser und dreißig blecherne Schaufeln von 2 mm Dicke. Die Radkränze waren, wie die Arme und Wellen, von Holz, und es betrug ihre Breite 14 Zoll (0,377 m), ihre Dicke 3 Zoll (80 mm), und die Entfernung §. 97.

derselben von einander, oder die Radweite 28 Zoll (0,75 m). Bei einer mittleren Druckhöhe von 1,3 m, einer Strahlhöhe von 0,2 m und einem Geschwindigkeitsverhältnisse von 0,52 stellte sich auch hier ein Wirkungsgrad von 0,52 heraus, der sich aber auf 0,60 steigert, wenn man die Geschwindigkeitshöhe statt des ganzen Gefälles einführt. Poncelet zieht aus seinen Versuchsresultaten folgende Folgerungen.

Das vortheilhafteste Geschwindigkeitsverhältniß $\frac{v}{c}$ ist 0,55, kann aber 0,50 bis 0,60 betragen, ohne eine bedeutend kleinere Wirkung zu geben. Der Wirkungsgrad ist für Gefälle von 2 bis 2,3 m, $\eta = 0,5$; für Gefälle von 1,5 bis 2,0 m, $\eta = 0,55$, und für Gefälle unter 1,5 m, $\eta = 0,60$. Es berechnet sich hiernach die Nutzleistung zu:

$Pv = 122,3\,(c - v)\,v\,Q$ mkg für Gefälle von 2 bis 2,3 m
$Pv = 132,5\,(c - v)\,v\,Q$ „ „ „ „ 1,5 „ 2 „
$Pv = 142,7\,(c - v)\,v\,Q$ „ „ „ unter 1,5 m.

Noch giebt Poncelet einige Regeln für die Anordnung eines unterschlächtigen Wasserrades mit krummen Schaufeln, welche er ebenfalls aus seinen Beobachtungen folgert. Die Entfernung je zweier Schaufeln, am äußeren Umfange gemessen, soll nur 0,20 bis 0,25 m, der Radhalbmesser aber soll nicht unter 1 und nicht über 2,5 m betragen; die Axe des Wasserstrahles soll dem Umfange des Rades unter einem Winkel von 24° bis 30° begegnen, und noch ungefähr 3° gegen den Horizont geneigt sein. Uebrigens soll der Abfall hinreichend hoch sein, damit das Wasser ungehindert aus dem Rade treten kann, und es darf der Spielraum des Rades im Kropfe nur 1 cm betragen. Einige dieser Verhältnisse sind jedoch nicht wesentlich, und andere lassen sich sicherer durch die Formel des vorigen Paragraphen ermitteln. Nach den Versuchen wächst noch der Wirkungsgrad mit der Strahldicke; da aber mit letzterem unter übrigens gleichen Verhältnissen die Füllung der Zellen zunimmt, so folgt noch die in gewissen Grenzen einzuschränkende Regel, daß die Füllung der Schaufeln eine große sein soll. Unter 0,1 m Höhe ist übrigens nach Poncelet die Strahlhöhe nie zu machen.

Später hat auch Morin Versuche an Ponceleträdern angestellt, hierzu drei hölzerne und ein eisernes Rad benutzt, und dabei ein Bremsdynamometer in Anwendung gebracht. Sie wurden vorzüglich in der Absicht gemacht, um den Nutzen eines neuen, von Poncelet vorgeschlagenen krummlinigen Wassereinlaufes zu erproben, nächstdem aber auch, um sich genauere Kenntnisse über den Einfluß der Dimensionsverhältnisse auf die Leistung zu verschaffen, da sich bei mehreren Ausführungen ergeben hatte, daß die Dimensionen der nach Poncelet's Regel construirten Räder zu klein waren, namentlich aber bei Abweichung von der mittleren Ge-

schwindigkeit des Rades eine zu kleine Leistung gaben, weil das Wasser innen überschlug (s. Comptes rendus, 1845, T. XXII, und polytechn. Centralblatt, Bd. VIII, 1846).

Die drei hölzernen Versuchsräder hatten 1,6 m, 2,4 m und 3,2 m, das eiserne Rad aber 2,8 m Höhe, die Schaufeln waren bei allen drei Rädern von Blech. Die ersten drei Räder hatten 0,4, das letztere aber 0,8 m Weite, und alle vier hatten eine Tiefe oder Kranzbreite von 0,75 m. Ein besonderer Uebelstand stellte sich bei den hölzernen Rädern dadurch heraus, daß sie wegen ihres kleinen Trägheitsmomentes sehr ungleichförmig gingen und eben dadurch viel Wasser nach innen verspritzten. Das kleinste Rad ging besonders sehr ungleichförmig und gab bei dem Gefälle von 0,45 bis 0,55 m, und wenn die Zellen mindestens zur Hälfte gefüllt waren, nur den Wirkungsgrad 0,485; bei größerem Gewichte würde es vielleicht 0,55 Wirkungsgrad gegeben haben. Bei dem mittleren Rade wurde dieser mit einem Gefälle von 0,75 m zu 0,60 bis 0,62 gefunden. An dem dritten Rade wurden Versuche bei verschiedenen Schaufelbreiten angestellt. Es zeigte sich, daß bei einem Gefälle von 0,56 m die Kranzbreite 0,43 m, und bei einem Gefälle von 0,7 m, die von 0,59 m noch zu klein war. Noch wurden an diesem Rade Versuche über die Wirkung des von Poncelet vorgeschlagenen (in §. 95 beschriebenen) Gerinnes angestellt, und damit nicht nur ein größerer Wirkungsgrad erlangt, sondern auch gefunden, daß der Fassungsraum bis $\frac{1}{2}$ herabsinken konnte, ehe das Wasser innen überschlug.

Was endlich noch die Versuche mit dem aus 42 Schaufeln bestehenden eisernen Rade betrifft, so wurden diese bei 1,2 bis 1,4 m Gefälle angestellt, wobei das Rad frei ging, sowie bei 0,9 m Gefälle, wobei es 0,36 m tief im Wasser watete. Bei den Schützenzügen von 0,15 m, 0,2 m, 0,25 m und 0,277 m betrugen die Maxima des Wirkungsgrades: 0,52; 0,57; 0,60 und 0,62; und bei Schwankungen der Umdrehungszahlen innerhalb der Grenzen 12 bis 21, 13 bis 21, 11 bis 20 und 12 bis 19 entfernten sich die Wirkungsgrade nur $\frac{1}{13}$, $\frac{1}{14}$, $\frac{1}{12}$ und $\frac{1}{9}$ von den Maximalwerthen. Aus den Resultaten dieser Versuche folgt, daß bei einem Rade mit dem gekröpften Einlaufe die Wirkung durch die Formel

$$Pv = 0,871\,\frac{c^2 - v^2}{2g}\,Q\gamma$$

ausgedrückt werden kann, daß ferner das vortheilhafteste Geschwindigkeitsverhältniß $\frac{v}{c} = 0,50$ bis 0,55 ist, daß das Wasser dieselbe Wirkung giebt, es mag der Unterwasserspiegel 0,12 m unter oder 0,20 bis 0,25 m über dem Radtieffsten stehen; daß endlich der Wirkungsgrad bis auf 0,46 herabsinkt, wenn das Rad 0,357 m tief oder mit der halben Kranzbreite im

Wasser watet. Der Hauptnutzen dieses neuen Gerinnes besteht nun darin, daß sich ein Rad mit diesem Gerinne in weiteren Geschwindigkeitsgrenzen bewegen kann, ohne viel von seiner Nutzleistung zu verlieren. Uebrigens findet Morin für Gefälle von 0,9 bis 1,3 m am angemessensten, die Kranzbreite der Hälfte des Radhalbmessers gleich und den Fassungsraum noch einmal so groß zu machen, als den Raum, den das Wasser eigentlich beansprucht, d. i. den Füllungscoefficienten $\varepsilon = \frac{1}{2}$ in Anwendung zu bringen.

Neuere Versuche sind auch von Marozeau an einem Ponceletrade mit drei Abtheilungen angestellt worden (s. Bulletin de Mulhouse 1846, oder polytechnisches Centralblatt, Jahrgang 1848). Dieses Rad hatte eine Höhe von 4,4 m, eine lichte Weite von $3 \,.\, 0,67 = 2$ m und eine Kranzbreite von 0,75 m und nahm bei 1,5 m Gefälle pr. Secunde 500 bis 1000 Liter Aufschlagwasser auf. Der größte Wirkungsgrad wurde hier 0,669 gefunden, und zwar dann, wenn das Wasser in allen drei Abtheilungen zugleich floß. Der Wirkungsgrad wurde jedoch kleiner, wenn das Rad 0,1 m im Unterwasser badete.

Neuere und sehr interessante Versuche sind vom Herrn Capitain D. de Lacolonge an einem Ponceletrade in der Pulvermühle zu Angoulême (1847) angestellt worden (s. le Génie Industrielle par Armengaud Frères, Paris 1854). Dieses Rad hatte einen Halbmesser von 4,8 m, eine Weite sowie eine Kranzbreite von 1,00 m, und machte bei einer Leistung von 10 Pferdekräften circa zehn Umdrehungen pr. Minute. Der Wirkungsgrad dieses Rades stieg bei dem Geschwindigkeitsverhältnisse $\frac{v}{c} = 0,579$, wobei das Gefälle 1,56 m und die Höhe der Schützenmündung 0,25 m betrug, auf 0,678. Das Wasser wurde dem Rade durch ein nach der Kreisevolvente construirtes Gerinne zugeführt und trat $26\frac{1}{2}$ Grad oberhalb des Radtiefsten so in das Rad ein, daß seine relative Bewegung auf der Schaufel in horizontaler Richtung begann. Der Füllungscoefficient war sehr klein, nämlich bei der vortheilhaftesten Wirkung, $\varepsilon = \frac{1}{3}$. Die angegebene Leistung des Rades steigerte sich noch etwas (auf 0,755), wenn das Rad bis auf $\frac{1}{3}\,h$ unter dem Wasser watete; dieses Verhältniß, welches auf eine bessere Ausnutzung der Kraft hindeutet, hat man auch schon bei anderen mittelschlächtigen Rädern beobachtet (s. die Bremsversuche an einem Kropfrade von Hülße und Brückmann im polytechnischen Centralblatte, Jahrgang 1851).

§. 98. **Sonstige Wasserräder.** Man hat zuweilen auch noch andere verticale Wasserräder angewendet, welche sich keinem der eben abgehandelten Radsysteme beizählen lassen; namentlich giebt es noch sehr kleine Räder, welche kaum einige Fuß Höhe haben und durch den Druck oder Stoß des Wassers

in Bewegung gesetzt werden. Diejenigen, welche sich an die bereits abgehandelten Systeme noch am meisten anschließen, mögen hier noch ihren Platz finden, anderer aber wird aus besonderen Gründen erst in dem folgenden Capitel gedacht werden.

D'Aubuisson beschreibt in seiner Hydraulik kleine Stoßräder, wie *ACB*, Fig. 252, mit hohem Gefälle von 6 bis 7 m, welche in den Pyrenäen häufig angewendet werden. Diese Räder sind nur $2\frac{1}{2}$ bis 3 m hoch und haben vierundzwanzig etwas ausgehöhlte Schaufeln. Ihre Wirkung soll nach d'Aubuisson $\frac{2}{3}$ von der eines oberschlächtigen Rades bei gleichem Gefälle sein. Es ist übrigens die Leistung eines solchen Rades nach der oben entwickelten Theorie der Kropfräder zu berechnen, denn es sind diese Räder eigentlich nur Kropfräder mit einem großen Stoß- und

Fig. 252.

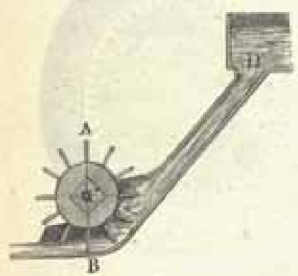
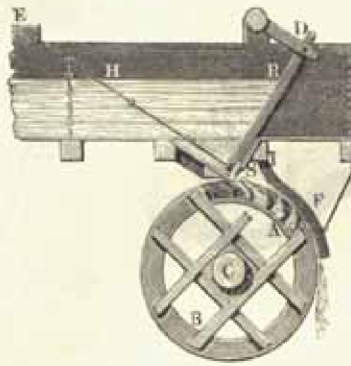


Fig. 253.



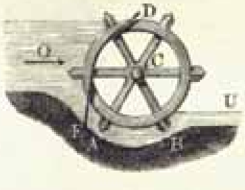
einem kleinen Druckgefälle. Um das Verspritzen des Wassers so viel wie möglich zu verhindern, wird das Rad in einen Kropf mit genau anschließenden Seitenwänden gehängt. Uebrigens läßt sich bei Anwendung mehrerer solcher Räder unter oder neben einander, wenn das Wasser von einem Rade auf das andere tritt, noch ein hoher Wirkungsgrad erlangen (s. §. 91). Auch kann man diese Räder noch niedriger und aus Eisen herstellen. In den Alpen kommen solche Räder bei Mühlen und Hammerwerken sehr häufig vor.

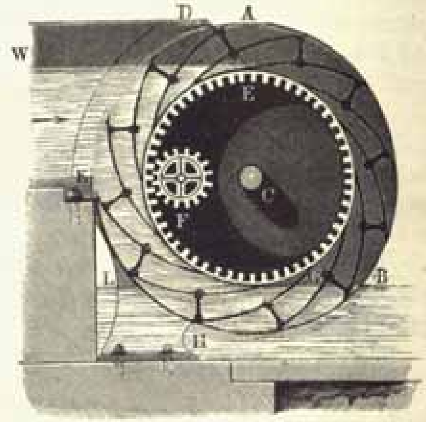
Ein oberschlächtiges Hammerrad mit einem großen Stoßgefälle ist in Fig. 253 abgebildet. Es ist *ERD* das Aufschlaggerinne, *SD* die Schütze, *ACB* das Rad und *F* ein Mantel um dasselbe, welcher das zu zeitige Austreten des Wassers verhindert.

Ein anderes Rad, Fig. 254 (a. f. S.), wird im „Technologiste", September 1845, und auch im polytechnischen Centralblatte, Bd. VII, 1846, beschrieben. Während bei obigen Rädern das Wasser vorzüglich nur durch Stoß wirkt, bringt dieses seine Leistung nur durch Druck hervor. Dieses Rad wurde von dem Ingenieur Mary erbaut, und sein Wirkungsgrad wurde von Belanger bei 1,3 m Umfangsgeschwindigkeit, 0,75 bis 0,85, also sehr hoch gefunden. Es hat dasselbe nur einen aus Eisenblech gebildeten Kranz von 0,3 m Breite, 0,12 m Dicke und 2,28 m Durchmesser, und besteht aus sechs elliptischen, durch Rippen verstärkten Blechschaufeln. Uebrigens hängt dieses Rad in einem sehr genau anschließenden Gerinne, und an den Radkranz sehr nahe anschließende Eisenplatten DE sperren das Oberwasser O von dem Unterwasser U ziemlich genau ab, indem sich der Radkranz in dem zwischen diesen Platten befindlichen Spalte bewegt. Die Kraft, mit welcher ein solches Rad umgetrieben wird, ist jedenfalls das Pro-

Fig. 255.

Fig. 254.





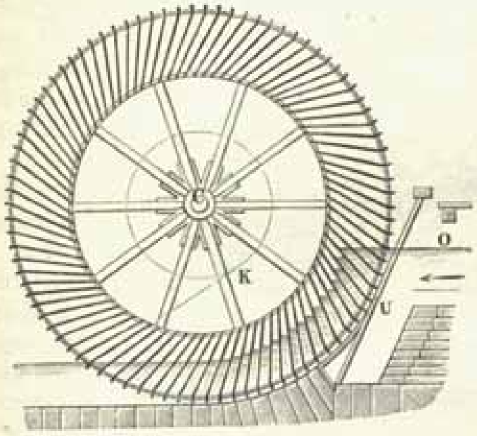
duct aus dem Niveauabstande beider Wasserspiegel, dem Querschnitte einer Schaufel, und der Dichtigkeit des Wassers.

Ein **anderes ähnliches**, jedoch noch vollkommeneres Rad ist das **Zuppinger**'sche, in Fig. 255. Dieses Rad hat nur einen Kranz AB und langgedehnte Blechschaufeln, welche entweder nur auf einer oder auf beiden Seiten des Kranzes aufsitzen, und ist mit einem eisernen Mantel $DEFGHK$ umgeben, welcher das Aufschlagwasser W dem Rade nicht allein von vorn, sondern auch von der Seite zuführt und dasselbe so lange im Rade zurückhält, bis die unterste Schaufel GH aus demselben hervortritt. Das bei W zutretende und innerhalb des Mantels im Rade niedersinkende Wasser fließt nun längs GH unter dem Unterwasserspiegel BL ab, und tritt dabei sein ganzes Arbeitsvermögen an das Rad ab. Bei der Herstellung eines solchen Rades ist dafür zu sorgen, daß die innere Radhöhe gleich dem Gefälle ausfalle, daß ferner die untere Mündung des Mantels der untersten Schaufel

entspreche und unter den Unterwasserspiegel falle, und daß der Spielraum zwischen dem Rade und dem Mantel möglichst klein sei. Ein solches Rad ist bei ganz kleinen Gefällen noch anwendbar, und giebt hierbei noch einen sehr hohen Wirkungsgrad (75 bis 80 Procent). S. Gewerbeblatt für Würtemberg 1855, auch polytechnisches Centralblatt 1855.

Ein in der neueren Zeit mehrfach zur Ausführung gekommenes unterschlächtiges Kropfrad ist das von **Sagebien***) angegebene und nach ihm benannte Rad, welches durch die Skizze, Fig. 256, seiner wesentlichen Einrichtung nach dargestellt ist. Eigenthümlichkeiten dieses Rades sind der große Durchmesser, 9 m, die geringe Umfangsgeschwindigkeit $v = 0,6$ m, die große Schaufelhöhe und Schaufelzahl, $z = 90$, also die enge Theilung. Das

Fig. 256.



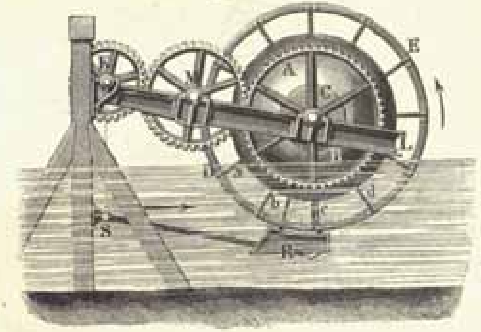
aus dem Obergraben O zufließende Wasser tritt über den Ueberfall U dem breiten Rade in großer Strahldicke also mit geringer Geschwindigkeit zu, so daß der mit dem Eintritte sonst verbundene Stoßverlust sehr klein ausfällt, und das Gefälle fast gänzlich als Druckgefälle zur Wirkung kommt. Um hierbei das Uebertreten des Wassers nach innen über die Schaufeln zu vermeiden, sind die letzteren nicht radial gestellt, sondern so gerichtet, daß sie den Kreis K tangiren, dessen Halbmesser bei dem gedachten Rade etwa 1,5 m beträgt. Damit der Wasserverlust durch den Zwischenraum zwischen Rad und Kropf möglichst gering ausfalle, ist dieser Zwischenraum so eng wie möglich zu machen, was natürlich eine sehr gute und solide Ausführung

*) Annales des Ponts et Chaussées. 1858.

bedingt. Das betreffende Rad arbeitete mit einem Gefälle von 2,424 m und machte dabei 1,277 Umdrehungen pro Minute. Der Wirkungsgrad dieses Rades wird von dem Erfinder zu 0,93 angegeben, eine Zahl, gegen deren Größe von Bach begründete Bedenken *) erhoben worden sind, insofern als bei der betreffenden Rechnung ein Zwischenraum zwischen Rad und Kropf von nur 5 mm zu Grunde gelegt worden ist, während er in Wirklichkeit bei den großen Dimensionen wohl kaum unter 15 mm auf die Dauer erhalten werden kann. Auch wird das Emporheben von Wasser durch die in schräger Richtung aus dem Unterwasser tretenden Schaufeln einen nicht unbeträchtlichen Verlust herbeiführen. Mit Rücksicht hierauf berechnet Bach an der angezeigten Stelle den Wirkungsgrad dieses Rades im günstigsten Falle zu 0,74.

Ein Uebelstand dieser Räder muß insbesondere in ihrem großen Gewichte und den damit verbundenen Kosten, sowie in dem langsamen Gange gefunden werden, welcher für die meisten Fälle der Praxis eine beträchtliche Umsetzung durch kraftzehrende Transmissionsräder bedingt. Aus diesen Gründen scheinen diese Räder wenig Eingang gefunden zu haben.

Fig. 257.



Eine Verbesserung, welche Zuppinger an dem Sagebien'schen Rade vorgenommen hat, besteht in der Anwendung gekrümmter Schaufeln, deren Enden radial gerichtet sind und in der Wahl einer größeren Umfangsgeschwindigkeit (1 m) des Rades. Den Wirkungsgrad dieser Räder giebt Grove zu 0,60 bis 0,65 an **).

Eine eigenthümliche Construction hat das schwimmende Wasserrad von Herrn Colladon in Genf. Dasselbe hängt wie ein Schiffmühlenrad im unbegrenzten Strome, und besteht in der Hauptsache aus einem auf dem Wasser schwimmenden Blechkessel AB, Fig. 257, auf dessen Umfange lange, unter einander durch eiserne Reifen DE verbundene Blechschaufeln $a, b, c, d \ldots$ festsitzen. Um die Umdrehungsbewegung dieses Rades auf eine festliegende Welle K zu übertragen, ist die Welle C desselben auf zwei um K drehbare

*) S. den Artikel von Bach, Ztschr. des Vereins deutsch. Ing. 1873.
**) S. Prechtl, Techn. Enc. Supplem.-Bd. 5.

Hebel, wie KL, gelagert, und die Wellen sind mit Zahnrädern ausgerüstet, welche entweder unmittelbar in einander eingreifen, oder durch ein drittes ebenfalls auf KL gelagertes Rad M auf einander wirken (vergl. §. 87). Um die Wirkung des an die Schaufeln $b, c \ldots$ anschlagenden Wassers zu vergrößern, ist noch unter dem Rade ein Kropf R aufgehangen, welcher je nach dem Stande des Wassers mit dem Rade zugleich steigt und sinkt, so daß beide immer in derselben Tiefe unter dem Wasser bleiben. Die feste Welle K ist, wie die Axe S des Kropfes oder hängenden Gerinnes R, an zwei Paar Säulen befestigt. Man sieht, daß durch die Eintauchung des Radkörpers eine Querschnittsverminderung des Wasserstromes entsteht, welche eine für die Wirkung des Rades vortheilhafte Vergrößerung der Geschwindigkeit des stoßenden Wassers zur Folge hat.

Schlußanmerkung. Die Literatur über verticale Wasserräder ist allerdings sehr ausgedehnt; doch verdienen nur wenige Schriften über diese Maschinen eine größere Beachtung, da die meisten derselben nur oberflächliche und einige sogar ziemlich unrichtige Theorien über Wasserräder abhandeln. In Eytelwein's Hydraulik sind die Wasserräder nur ganz allgemein abgehandelt, Vollständigeres, namentlich über die Theorie unterschlächtiger Wasserräder, findet man in Gerstner's Mechanik. Ziemlich ausführlich, namentlich über die oberschlächtigen Wasserräder, handelt d'Aubuisson in seiner Hydraulique à l'usage des Ingénieurs. Navier handelt in seinen Applications de la Mécanique nur ganz allgemein von den verticalen Wasserrädern, ausführlicher aber in der von ihm besorgten Ausgabe vom ersten Bande der Architecture hydraulique von Bélidor. In dem deutsch unter dem Titel Lehrbuch der Anwendung der Mechanik erschienenen Cours de Mécanique appliquée von Poncelet wird die Theorie der Wasserräder in gedrängter Kürze, jedoch ziemlich gründlich abgehandelt. Ueber die Leistungen und Regeln zur Construction von Wasserrädern findet man auch das Nöthigste in Morin's Aide-mémoire de Mécanique pratique. In dem Treatise on Manufactures and Machinery of Great-Britain, of P. Barlow, ist wenig über Theorie, mehr über die Einrichtung der Wasserräder gesagt. Vollständige Beschreibungen und gute Zeichnungen von Wasserrädern findet man in Armengaud's Traité pratique des moteurs hydrauliques et à vapeur, sowie auch in den neueren Bänden seiner Publication industrielle. Gute Zeichnungen und Zeichnungen von Wasserrädern enthält auch die Maschinenkunde ꝛc. von Sebastian Haindl. Das vorzüglichste Werk über verticale Wasserräder ist aber Redtenbacher's Theorie und Bau der Wasserräder, welches mit 6 kleinen und 23 großen lithographirten Tafeln 1846 in Mannheim erschienen ist. Poncelet's und Morin's Memoiren über die Wirkungen verticaler Wasserräder (s. oben §. 95 und §. 73) bilden ein wichtiges Element in der Literatur über verticale Wasserräder. Von den kleinen Hammerrädern ist ausführlich die Rede in Tunner's Darstellung der Stabeisen- und Rohstahl-Bereitung, Grätz 1845. Von den Wasserrädern handelt auch Morin's Leçons de Mécanique, pratique, Part. II. Ebenso: Band II von Redtenbacher's Maschinenbau, Mannheim 1863, und Band I von Rühlmann's allgemeiner Maschinenlehre. Ein Wasserrad mit schrägen Schaufeln von Delnest ist beschrieben in Dingler's polytech. Journal Bd. 173.